Ⓡ

数　学　①〔数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A〕

（100点／60分）

この問題冊子には，「数学Ⅰ」「数学Ⅰ・数学A」の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	4〜11	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	12〜19	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号（数字及び英字）を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄，試験場コード欄**

氏名・フリガナ及び**試験場コード**（数字）を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目の下の〇に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となります。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\text{　ア　}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±），数字（0 ～ 9），又は文字（A～G）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に－ 83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

例 2　$\boxed{\text{エオカ}}$ に 2 CD と答えたいとき

エ	－	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	G
オ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	●	D	E	F	G
カ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	●	E	F	G

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{　ア　}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\text{　ア　}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

2　分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例 3　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ク	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
ケ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問　（配点　20）

〔1〕　方程式

$$2(x-2)^2=|3x-5| \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

(1)　方程式①の解のうち，$x<\dfrac{5}{3}$ を満たす解は

$$x=\boxed{\text{ア}},\ \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2)　方程式①の解は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。その解のうちで最大のものを a とすると，$m \leqq a < m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{オ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 集合 A，B を

$A=\{n \mid n$ は 10 で割り切れる自然数$\}$

$B=\{n \mid n$ は 4 で割り切れる自然数$\}$

とする。

(1) 次の $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。

自然数 n が A に属することは，n が 2 で割り切れるための $\boxed{\text{カ}}$。

自然数 n が B に属することは，n が 20 で割り切れるための $\boxed{\text{キ}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 次の $\boxed{\text{ク}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。

$C=\{n \mid n$ は 10 と 4 のいずれでも割り切れる自然数$\}$

$D=\{n \mid n$ は 10 でも 4 でも割り切れない自然数$\}$

$E=\{n \mid n$ は 20 で割り切れない自然数$\}$

とする。自然数全体の集合を全体集合とし，その部分集合 G の補集合を $\overline{G}$ で表すとき

$C=\boxed{\text{ク}}$，$D=\boxed{\text{ケ}}$，$E=\boxed{\text{コ}}$

である。

⓪ $A\cup B$	① $A\cup\overline{B}$	② $\overline{A}\cup B$	③ $\overline{A\cup B}$
④ $A\cap B$	⑤ $A\cap\overline{B}$	⑥ $\overline{A}\cap B$	⑦ $\overline{A\cap B}$

第２問 （配点　25）

a を定数とし，x の２次関数

$$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 8a + 4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は

$$\left(a - \boxed{\text{ア}},\ a^2 - \boxed{\text{イ}}\,a + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。グラフ G が x 軸と異なる２点で交わるのは

$$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

のときである。さらに，この二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは

$$\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < a < \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

（数学Ｉ・数学Ａ第２問は次ページに続く。）

(2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が3以上7以下の範囲にあるとする。

このとき，a の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$$

であり，2次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最大値 M は

$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{シ}}$ のとき

$$M = \boxed{\text{ス}}\,a^2 - \boxed{\text{セソ}}\,a + \boxed{\text{タチ}}$$

$\boxed{\text{シ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$ のとき

$$M = \boxed{\text{ツ}}\,a^2 - \boxed{\text{テト}}\,a + \boxed{\text{ナニ}}$$

である。

したがって，2次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最小値が6であるならば

$$a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり，最大値 M は

$$M = \boxed{\text{ハヒ}} - \boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

△ABC において，AB = 2，BC = $\sqrt{5}+1$，CA = $2\sqrt{2}$ とする。また，△ABC の外接円の中心を O とする。

(1)　このとき，∠ABC = $\boxed{\text{アイ}}$°であり，外接円 O の半径は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(2)　円 O の円周上に点 D を，直線 AC に関して点 B と反対側の弧の上にとる。△ABD の面積を S_1，△BCD の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{5}-1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

であるとする。∠BAD + ∠BCD = $\boxed{\text{カキク}}$°であるから

$$\mathrm{CD}=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\mathrm{AD}$$

となる。このとき

$$\mathrm{CD}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

さらに，2辺AD，BCの延長の交点をEとし，△ABEの面積をS_3，△CDEの面積をS_4とする。このとき

$$\frac{S_3}{S_4}=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。①と②より

$$\frac{S_2}{S_4}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

第4問 (配点 25)

1辺の長さ1の正六角形があり，その頂点の一つをAとする。一つのさいころを3回投げ，点Pを次の(a)，(b)，(c)にしたがって，この正六角形の辺上を反時計回りに進める。

(a) 頂点Aから出発して，1回目に出た目の数の長さだけ点Pを進める。

(b) 1回目で点Pがとまった位置から出発して，2回目に出た目の数の長さだけ点Pを進める。

(c) 2回目で点Pがとまった位置から出発して，3回目に出た目の数の長さだけ点Pを進める。

(1) 3回進めたとき，点Pが正六角形の辺上を1周して，ちょうど頂点Aに到達する目の出方は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである。

3回進める間に，点Pが1回も頂点Aにとまらない目の出方は $\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(2) 3回進める間に，点Pが3回とも頂点Aにとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，ちょうど2回だけ頂点Aにとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

3回進める間に，点Pがちょうど1回だけ頂点Aにとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3) 3回進める間に，点Pが頂点Aにとまる回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 回である。