Ⓡ

数　学　② 〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学B〕

(100点 / 60分)

この問題冊子には，**「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」**の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎，簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～33	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号（数字及び英字）**を記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄，試験場コード欄**

氏名・フリガナ及び試験場コード（数字）**を記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目の下の ○ に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点となります。**

5　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

2　分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

エ	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
オ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
カ	⊖	⓪	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数　学　Ⅱ

(全　問　必　答)

第1問 (配点　30)

〔1〕 不等式

$$\sin 2x > \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

を満たす x の範囲を求めよう。ただし，$0 \leqq x < 2\pi$ とする。

$a = \sin x$，$b = \cos x$ とおくと，与えられた不等式は

$$\boxed{\text{ア}}\,ab + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}\,b - 1 > 0$$

となる。左辺の因数分解を利用して x の範囲を求めると

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi < x < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。

(数学Ⅱ第1問は6ページに続く。)

(下 書 き 用 紙)

数学Ⅱ第１問の試験問題は次ページに続く。

〔2〕 不等式

$$2+\log_{\sqrt{y}}3<\log_y 81+2\log_y\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

の表す領域を求めよう。

y と $\sqrt{y}$ は対数の底であるから $y>$ $\boxed{\text{サ}}$, $y\neq$ $\boxed{\text{シ}}$ である。真数は正であるから $x<$ $\boxed{\text{ス}}$ である。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

また

$$\log_{\sqrt{y}}3=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\log_3 y},\quad \log_y 81=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\log_3 y}$$

であるから，与えられた不等式は

$$1<\frac{\boxed{\text{タ}}}{\log_3 y}+\frac{\log_3\left(1-\frac{x}{2}\right)}{\log_3 y}$$

となる。よって

$$y>\boxed{\text{チ}}\quad のとき，\log_3 y<\log_3\left\{\boxed{\text{ツ}}\left(1-\frac{x}{2}\right)\right\}$$

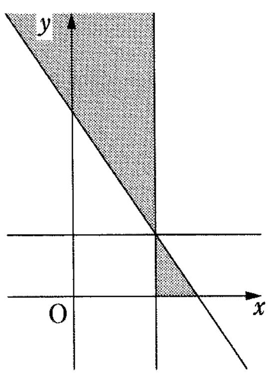
$$\boxed{\text{テ}}<y<\boxed{\text{チ}}\quad のとき，\log_3 y>\log_3\left\{\boxed{\text{ツ}}\left(1-\frac{x}{2}\right)\right\}$$

となる。

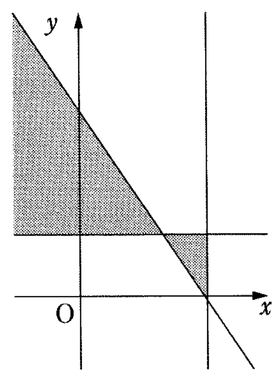
（数学Ⅱ第1問は次ページに続く。）

求める領域を図示すると，次の図 $\boxed{\text{ト}}$ の影をつけた部分となる。ただし，境界(境界線)は含まない。$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

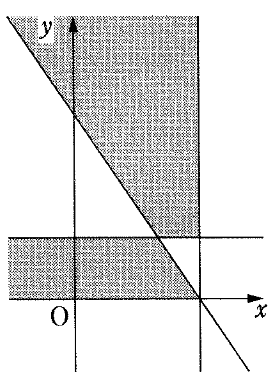
⓪



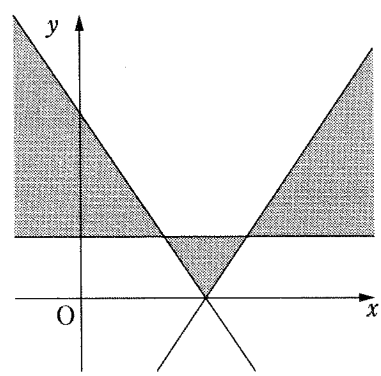
①



②



③



数学Ⅱ

第２問 （配点　30）

$a>0$ として，x の関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x)=x^3-x$$
$$g(x)=f(x-a)+2a$$

とする。

(1)　二つの関数の差 $g(x)-f(x)$ は

$$g(x)-f(x)=a\left(\boxed{\text{アイ}}\,x^2+\boxed{\text{ウ}}\,ax-a^2+\boxed{\text{エ}}\right)$$

と表され，x の方程式 $g(x)-f(x)=0$ が異なる二つの実数解をもつような a の範囲は

$$0<a<\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また，$g(x)-f(x)$ は $x=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最大値

$$\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\boxed{\text{コサ}}-a^{\boxed{\text{シ}}}\right)$$

をとる。

（数学Ⅱ第２問は次ページに続く。）

(2) (1)で得られた最大値を

$$h(a)=\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\boxed{\text{コサ}}-a^{\boxed{\text{シ}}}\right)$$

と表す。$h(a)$ を a の関数と考えるとき，$h(a)$ は $a=\boxed{\text{ス}}$ で最大値 $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

(3) $a=\sqrt{3}$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g(x)$ の二つの交点 P，Q の座標は

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ソ}},\ 0\right),\quad \mathrm{Q}\left(\sqrt{\boxed{\text{タ}}},\ \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}\right)$$

であり，二つの曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ で囲まれた部分の面積 S は

$$S=\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

さらに，交点 $\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ソ}},\ 0\right)$ における曲線 $y=f(x)$ の接線と曲線 $y=g(x)$ の接線がなす角を θ $\left(0\leqq\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ とすると

$$\tan\theta=\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

第3問 （配点 20）

a は実数で，$a>0$，$a \neq 2$ とし，点 A$(a,\ 1)$ を中心とする半径 1 の円を C とする。また，点 P$(2,\ 0)$ を通り円 C に接する直線のうち x 軸でないものを ℓ_1 とし，点 Q$(-2,\ 0)$ を通り円 C に接する直線のうち x 軸でないものを ℓ_2 とする。ℓ_1 と ℓ_2 が垂直であるときの a の値を求めよう。

円 C の方程式は

$$\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{イ}}\right)^2=\boxed{\text{ウ}}$$

である。

直線 ℓ_1，ℓ_2 の傾きをそれぞれ b，c とすると，それらの方程式は

$$\ell_1 : y=\boxed{\text{エ}}\left(x-\boxed{\text{オ}}\right)$$

$$\ell_2 : y=\boxed{\text{カ}}\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)$$

と表される。また，ℓ_1 と ℓ_2 が垂直であるから

$$bc=\boxed{\text{クケ}}$$

である。

（数学Ⅱ第3問は次ページに続く。）

直線 ℓ_1 は円 C に接することから

$$\boxed{\text{エ}}\left(a-\boxed{\text{コ}}\right)\left(a-\boxed{\text{サ}}\right)=2\left(a-\boxed{\text{シ}}\right)$$

が成り立つ。$\left(\boxed{\text{コ}}\right.$ と $\boxed{\text{サ}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

同様に，直線 ℓ_2 が円 C に接することから

$$\boxed{\text{カ}}\left(a+\boxed{\text{ス}}\right)\left(a+\boxed{\text{セ}}\right)=2\left(a+\boxed{\text{ソ}}\right)$$

が成り立つ。$\left(\boxed{\text{ス}}\right.$ と $\boxed{\text{セ}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

したがって，$bc=\boxed{\text{クケ}}$ より

$$a=\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

このとき，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を R とすると，円 C と三角形 PQR について，$\boxed{\text{チ}}$。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 円 C と三角形 PQR の周との共有点は 1 個である

① 円 C と三角形 PQR の周との共有点は 2 個である

② 円 C は三角形 PQR の三つの頂点 P，Q，R を通る

③ 円 C は三角形 PQR の 3 辺 PQ，QR，RP に接する

第4問 （配点 20）

a，bを実数とし，$a \neq 0$とする。xの整式$P(x)$を

$$P(x) = x^3 + bx^2 + (2b-3)x - a$$

とし，$P(a) = 0$が成り立つとする。

(1) $P(a) = 0$より，aとbの間には関係式

$$a^2 + \boxed{\text{ア}}\,a + \boxed{\text{イウ}} - \boxed{\text{エ}} = 0$$

が成り立つ。したがって，$a = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}$または$a = \boxed{\text{キク}}$である。

(2) $a = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}$のとき，3次方程式$P(x) = 0$は$a$，$b$の値によらない解$x = \boxed{\text{ケコ}}$をもつ。

（数学Ⅱ第4問は次ページに続く。）

(3)　$a = \boxed{\text{キク}}$ とする。このとき，$P(x)$を因数分解すると

$$P(x) = \left(x + \boxed{\text{サ}}\right)\left\{x^2 + \left(\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}\right)x + \boxed{\text{セ}}\right\}$$

となる。

3 次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような b の範囲は

$$\boxed{\text{ソ}} < b < \boxed{\text{タ}}$$

である。このとき，一つの虚数解が $c + \dfrac{3}{5}i$ (c は実数)ならば，c の値は

$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ または $-\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

方程式 $P(x) = 0$ の解がすべて実数であるような b の範囲は，$b \leqq \boxed{\text{ソ}}$ または $b \geqq \boxed{\text{タ}}$ である。このとき，三つの解の和が $\dfrac{4}{3}$ ならば，それらの解は $\boxed{\text{テト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(下 書 き 用 紙)