Ⓢ

数　学　①

数学Ⅰ・数学A

(100点 60分)

この問題冊子には，**「数学Ⅰ」「数学Ⅰ・数学A」**の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅰ	4〜11	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	12〜19	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号（数字及び英字）を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄，試験場コード欄**

氏名・フリガナ及び**試験場コード**（数字）を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目の下の ◯ に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となります。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)又は数字(0～9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に－83と答えたいとき

ア	●	⊕	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⊕	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
ウ	⊖	⊕	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数学Ｉ・数学Ａ

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

〔1〕 $a = 3 + 2\sqrt{2}$，$b = 2 + \sqrt{3}$ とすると

$$\frac{1}{a} = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

$$\frac{1}{b} = \boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。このとき，不等式

$$|2abx - a^2| < b^2$$

を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}} < x < \boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

となる。

（数学Ｉ・数学Ａ第１問は次ページに続く。）

〔2〕 実数 a，b に関する条件 p，q を次のように定める。

p： $(a+b)^2+(a-2b)^2<5$

q： $|a+b|<1$ または $|a-2b|<2$

(1) 次の⓪～③のうち，命題「$q \Longrightarrow p$」に対する反例になっているのは $\boxed{チ}$ である。

⓪ $a=0$，$b=0$　　① $a=1$，$b=0$

② $a=0$，$b=1$　　③ $a=1$，$b=1$

(2) 命題「$p \Longrightarrow q$」の対偶は「$\boxed{ツ} \Longrightarrow \boxed{テ}$」である。

$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。

⓪ $|a+b|<1$ かつ $|a-2b|<2$　　① $(a+b)^2+(a-2b)^2<5$

② $|a+b|<1$ または $|a-2b|<2$　　③ $(a+b)^2+(a-2b)^2 \leqq 5$

④ $|a+b| \geqq 1$ かつ $|a-2b| \geqq 2$　　⑤ $(a+b)^2+(a-2b)^2>5$

⑥ $|a+b| \geqq 1$ または $|a-2b| \geqq 2$　　⑦ $(a+b)^2+(a-2b)^2 \geqq 5$

(3) p は q であるための $\boxed{ト}$。

$\boxed{ト}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第２問 （配点　25）

a，b，c を定数とし，$a \neq 0$，$b \neq 0$ とする。x の２次関数

$$y = ax^2 + bx + c \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。G が $y = -3x^2 + 12bx$ のグラフと同じ軸をもつとき

$$a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となる。さらに，G が点 $(1,\ 2b-1)$ を通るとき

$$c = b - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

が成り立つ。

以下，②，③のとき，２次関数①とそのグラフ G を考える。

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

(1) G と x 軸が異なる2点で交わるような b の値の範囲は

$$b < \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}},\qquad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < b$$

である。さらに，G と x 軸の正の部分が異なる2点で交わるような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} < b < \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(2) $b > 0$ とする。

$0 \leqq x \leqq b$ における2次関数①の最小値が $-\dfrac{1}{4}$ であるとき，

$b = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。一方，$x \geqq b$ における2次関数①の最大値が3であるとき，$b = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$b = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$，$b = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときの①のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。G_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{テ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ト}}$ だけ平行移動すれば，G_2 と一致する。

第3問 (配点 30)

点Oを中心とする円Oの円周上に4点A, B, C, Dがこの順にある。四角形ABCDの辺の長さは，それぞれ

$$\mathrm{AB}=\sqrt{7},\ \mathrm{BC}=2\sqrt{7},\ \mathrm{CD}=\sqrt{3},\ \mathrm{DA}=2\sqrt{3}$$

であるとする。

(1) $\angle\mathrm{ABC}=\theta$, $\mathrm{AC}=x$ とおくと，△ABC に着目して

$$x^2=\boxed{\text{アイ}}-28\cos\theta$$

となる。また，△ACD に着目して

$$x^2=15+\boxed{\text{ウエ}}\cos\theta$$

となる。よって，$\cos\theta=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $x=\sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ であり，円Oの半径は $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

また，四角形ABCDの面積は $\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(2) 点Aにおける円Oの接線と点Dにおける円Oの接線の交点をEとすると，∠OAE＝ $\boxed{\text{シス}}$ °である。また，線分OEと辺ADの交点をFとすると，∠AFE＝ $\boxed{\text{セソ}}$ °であり，

$$\mathrm{OF}\cdot\mathrm{OE}=\boxed{\text{タ}}$$

である。

さらに，辺ADの延長と線分OCの延長の交点をGとする。点Eから直線OGに垂線を下ろし，直線OGとの交点をHとする。

4点E，G，$\boxed{\text{チ}}$ は同一円周上にある。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを次の⓪～④から一つ選べ。

⓪ C，F　① H，D　② H，F　③ H，A　④ O，A

したがって

$$\mathrm{OH}\cdot\mathrm{OG}=\boxed{\text{ツ}}$$

である。

第4問 (配点 25)

1個のさいころを投げるとき，4以下の目が出る確率 p は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，5以上の目が出る確率 q は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

以下では，1個のさいころを8回繰り返して投げる。

(1) 8回の中で4以下の目がちょうど3回出る確率は $\boxed{\text{オカ}}\,p^3q^5$ である。

第1回目に4以下の目が出て，さらに次の7回の中で4以下の目がちょうど2回出る確率は $\boxed{\text{キク}}\,p^3q^5$ である。

第1回目に5以上の目が出て，さらに次の7回の中で4以下の目がちょうど3回出る確率は $\boxed{\text{ケコ}}\,p^3q^5$ である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(2) 次の⓪〜⑦のうち $\boxed{\text{オカ}}$ に等しいものは $\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ は解答の順序を問わない。

⓪ ${}_7C_2 \times {}_7C_3$　① ${}_8C_1 \times {}_8C_2$　② ${}_7C_2 + {}_7C_3$　③ ${}_8C_1 + {}_8C_2$

④ ${}_7C_4 \times {}_7C_5$　⑤ ${}_8C_6 \times {}_8C_7$　⑥ ${}_7C_4 + {}_7C_5$　⑦ ${}_8C_6 + {}_8C_7$

(3) 得点を次のように定める。

8 回の中で 4 以下の目がちょうど 3 回出た場合，

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ について，第 n 回目に初めて 4 以下の目が出たとき，得点は n 点とする。

また，4 以下の目が出た回数がちょうど 3 回とならないときは，得点を 0 点とする。

このとき，得点が 6 点となる確率は $p^{\boxed{\text{ス}}}q^{\boxed{\text{セ}}}$ であり，得点が 3 点となる確率は $\boxed{\text{ソタ}}\,p^{\boxed{\text{ス}}}q^{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナニ}}}$ である。