

2018 年度大学入試センター試験 解説 〈数学Ⅱ・B〉

第1問

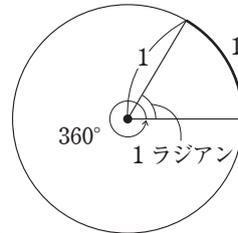
〔1〕

(1) 弧度1ラジアンは

半径1の円に対する弧の長さが1のとき、
その中心角として定義される(右図)。

よって、1ラジアンとは、

半径が1、弧の長さが1の扇形の中心角の大きさ (……②)
のことである。



……ア

(2) π ラジアン $= 180^\circ$ ……④ より

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ラジアン} \quad \text{……⑤ である。}$$

⑤より

$$144^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 144 = \frac{4}{5} \pi \text{ラジアン}$$

……イ, ウ

また、④より

$$\frac{23}{12} \pi = \frac{23}{12} \times 180^\circ = \underline{\underline{345^\circ}}$$

……エオカ

(3) $2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{5}\right) - 2 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{30}\right) = 1$ ……①

$$\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi\right) \quad \text{……⑥}$$

で、 $x = \theta + \frac{\pi}{5}$ とおくと、 $\theta = x - \frac{\pi}{5}$ であるから、①は、

$$2 \sin x - 2 \cos\left\{\left(x - \frac{\pi}{5}\right) + \frac{\pi}{30}\right\} = 1$$

すなわち、

$$2 \sin x - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \quad \text{……⑦}$$

……キ

と表せる。

さらに、加法定理を用いると、

$$\begin{aligned} 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= 2\left(\cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6}\right) \\ &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right) \\ &= \sqrt{3} \cos x + \sin x \end{aligned}$$

により, ⑦は

$$2 \sin x - (\sqrt{3} \cos x + \sin x) = 1$$

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 \quad \dots\dots ⑧$$

……ク

となる。

さらに, 三角関数の合成を用いると, ⑧の左辺は

$$\begin{aligned} \sin x - \sqrt{3} \cos x &= 2 \left(\sin x \cdot \frac{1}{2} - \cos x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 2 \left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \cos x \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

となるから, ⑧は

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \quad \dots\dots ⑨$$

……ケ, コ

と変形できる。

ここで⑥より

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} \leq \theta + \frac{\pi}{5} \leq \pi + \frac{\pi}{5}$$

すなわち,

$$\frac{7}{10} \pi \leq x \leq \frac{6}{5} \pi$$

であり,

$$\frac{7}{10} \pi - \frac{\pi}{3} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{6}{5} \pi - \frac{\pi}{3}$$

すなわち,

$$\frac{11}{30} \pi \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{13}{15} \pi \quad \dots\dots ⑩$$

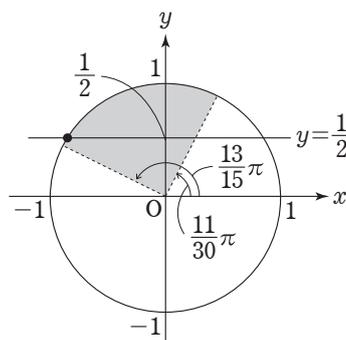
である。⑨, ⑩を満たす x は

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6} \pi \quad \text{つまり} \quad x = \frac{7}{6} \pi$$

よって, $\theta + \frac{\pi}{5} = \frac{7}{6} \pi$ より,

$$\theta = \frac{7}{6} \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{29}{30} \pi$$

……サシ, スセ



[2]

$$x^{\log_3 x} \geq \left(\frac{x}{c}\right)^3 \quad \dots\dots ②$$

②より、底および真数条件から $x > 0$ であり、 $c > 0$ より両辺は正なので、3を底とする②の両辺の対数をとると、

$$\log_3 x^{\log_3 x} \geq \log_3 \left(\frac{x}{c}\right)^3 \quad \dots\dots ①$$

ここで、

$$\begin{cases} X > 0 \text{ で } p \text{ が実数のとき, } \log_3 X^p = p \log_3 X \\ X > 0, Y > 0 \text{ のとき, } \log_3 \frac{X}{Y} = \log_3 X - \log_3 Y \end{cases} \quad \dots\dots (*)$$

が成り立つから、①は

$$(\log_3 x) \cdot (\log_3 x) \geq 3 \log_3 \frac{x}{c}$$

$$(\log_3 x)^2 \geq 3(\log_3 x - \log_3 c)$$

この式で $t = \log_3 x \quad \dots\dots ⑫$ とおくと、

$$t^2 \geq 3(t - \log_3 c)$$

$$t^2 - 3t + 3 \log_3 c \geq 0 \quad \dots\dots ⑬$$

……ソ, タ

となる。

$$c = \sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}} = (3^2)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

のとき、⑬から

$$t^2 - 3t + 3 \log_3 3^{\frac{2}{3}} \geq 0$$

(*)から、

$$t^2 - 3t + 3 \cdot \frac{2}{3} \log_3 3 \geq 0$$

$\log_3 3 = 1$ と合わせて、

$$t^2 - 3t + 2 \geq 0 \quad \text{すなわち, } (t-1)(t-2) \geq 0$$

よって、

$$t \leq \underline{1}, \quad t \geq \underline{2}$$

……チ, ツ

⑫より $x (> 0)$ は

$$\log_3 x \leq 1, \quad 2 \leq \log_3 x$$

を満たすので、

$$3^{\log_3 x} \leq 3^1, \quad 3^2 \leq 3^{\log_3 x}$$

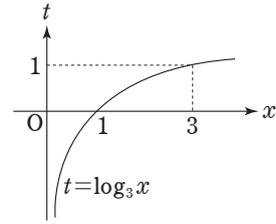
であるから、 $x > 0$ と合わせて

$$\underline{0} < x \leq \underline{3}, \quad x \geq \underline{9}$$

……テ, ト, ナ

となる。

x が $x > 0$ の範囲を動くとき、
 (xt 平面での、 $t = \log_3 x$ のグラフより)
 t のとり得る値の範囲は実数全体 (……②) ……ニ
 である。



ここで、②が $x > 0$ の範囲でつねに成り立つ c の条件は、
 ③がすべての実数 t でつねに成り立つ条件である。

よって、

$$f(t) = t^2 - 3t + 3\log_3 c$$

とおいたとき、 $f(t)$ の最小値が0以上となることが求める c の条件である。

$$f(t) = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 3\log_3 c$$

より、 $f(t)$ の最小値は $f\left(\frac{3}{2}\right) = 3\log_3 c - \frac{9}{4}$ であるから、求める c の条件は

$$3\log_3 c - \frac{9}{4} \geq 0 \quad \text{より、} \log_3 c \geq \underline{\underline{\frac{3}{4}}} \quad \text{……ヌ、ネ}$$

すなわち、

$$3^{\log_3 c} \geq 3^{\frac{3}{4}} = (3^3)^{\frac{1}{4}} \quad \text{より、} c \geq \underline{\underline{\sqrt[4]{27}}} \quad \text{……ノ、ハヒ}$$

である。

第2問

[1]

(1) $f(x) = px^2 + qx + r$ とおく。

放物線 C 上の点 $A(1, 1)$ における接線は $l: y = 2x - 1$ と一致するから、その傾きは 2 である。…………ア

$f'(x) = 2px + q$ であり、 $f'(1) = 2$ であるから

$$2p + q = 2$$

すなわち、

$$q = \underline{-2p + 2} \quad \dots\dots \text{①} \quad \dots\dots \text{イウ, エ}$$

また、 C は点 $A(1, 1)$ を通ることから、 $f(1) = 1$ より

$$p + q + r = 1 \quad \dots\dots \text{②}$$

①, ②より、

$$p + (-2p + 2) + r = 1 \quad \text{より} \quad r = p - \underline{1} \quad \dots\dots \text{③} \quad \dots\dots \text{オ}$$

(2) ①, ③より、

$$f(x) = px^2 + (-2p + 2)x + p - 1$$

であり、 S は図1の斜線部分の面積であるから、

$$S = \int_1^v \{px^2 + (-2p + 2)x + p - 1 - (2x - 1)\} dx$$

$$= \int_1^v (px^2 - 2px + p) dx \quad \dots\dots \text{④}$$

$$= \left[\frac{p}{3}x^3 - px^2 + px \right]_1^v$$

$$= \left(\frac{p}{3}v^3 - pv^2 + pv \right) - \left(\frac{p}{3} - p + p \right)$$

$$= \frac{p}{3}v^3 - pv^2 + pv - \frac{p}{3}$$

$$= \frac{p}{3}(v^3 - \underline{3v^2} + \underline{3v} - \underline{1}) \quad \dots\dots \text{カ, キ, ク, ケ}$$

また、 T は図1の網目部分の面積であり、

これは図2の台形であるから、 $v - 1 > 0$ に注意して、

$$T = \frac{1 + (2v - 1)}{2} \cdot (v - 1)$$

$$= v(v - 1)$$

$$= v^2 - v$$

よって、

$$U = S - T$$

$$= \frac{p}{3}(v^3 - 3v^2 + 3v - 1) - (v^2 - v)$$

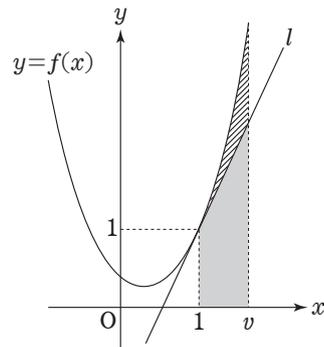


図1

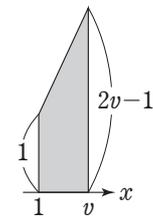


図2

…………コ

$$= \frac{p}{3}(v^3 - 3v^2 + 3v - 1) - v^2 + v = g(v)$$

とおくと,

$$g'(v) = \frac{p}{3}(3v^2 - 6v + 3) - 2v + 1 = p(v^2 - 2v + 1) - 2v + 1$$

$g(v)$ が $v=2$ で極値をとるとき, $g'(2)=0$ が成り立つから,

$$p(2^2 - 2 \cdot 2 + 1) - 2 \cdot 2 + 1 = 0 \quad \text{より, } p=3$$

このとき,

$$\begin{aligned} g(v) &= (v^3 - 3v^2 + 3v - 1) - v^2 + v \\ &= v^3 - 4v^2 + 4v - 1 \quad \dots\dots\textcircled{5} \end{aligned}$$

より,

$$\begin{aligned} g'(v) &= 3v^2 - 8v + 4 \\ &= (3v - 2)(v - 2) \quad \dots\dots\textcircled{6} \end{aligned}$$

となるから, $g(v)$ の増減は次のようになる。

v	$\frac{2}{3}$	2
$g'(v)$	+	0	-	0	+
$g(v)$	↗		↘		↗

よって, $v=2$ で極値 (極小値) をとるから,

$$p = \underline{\underline{3}} \quad \dots\dots\text{サ}$$

である。

ここで, $U=0$, すなわち, $g(v)=0$ となる v を求めると, ⑤より,

$$v^3 - 4v^2 + 4v - 1 = 0$$

$$(v-1)(v^2 - 3v + 1) = 0$$

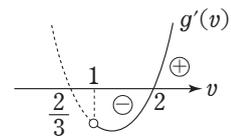
$$v = 1, \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ であり, } v_0 > 1 \text{ であるから,}$$

$$v_0 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad \dots\dots\text{シ, ス, セ}$$

また, ⑥に注意すると, $g(v)$ ($v > 1$) の増減は右のようになる。

$$\left(\text{ただし, } \sqrt{5} > 1 \text{ より } v_0 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} > \frac{3 + 1}{2} = 2 \right)$$

v	(1)	2	v_0
$g'(v)$		-	0	+	+	
$g(v)$	(0)	↘		↗	0	



これより, $U=g(v)$ は $1 < v < v_0$ で負の値のみをとる。 (.....)③ソ

したがって, $p=3$ のとき, $v > 1$ における $U=g(v)$ の最小値は, ⑤より

$$g(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 1 = \underline{\underline{-1}} \quad \dots\dots\text{タチ}$$

[2]

$F(x)$ は $f(x)$ の不定積分であるから、

$$F'(x) = \underbrace{f(x)}_{\text{⑦}} \quad (\dots\dots \text{⑦}) \quad \dots\dots \text{ツ}$$

また、 W は右図の網目部分の面積より、

$$W = \int_1^t \{0 - f(x)\} dx$$

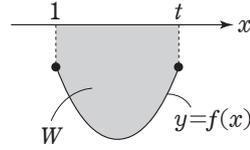
$$= - \int_1^t f(x) dx$$

$$= - [F(x)]_1^t$$

$$= -(F(t) - F(1))$$

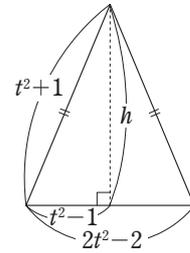
$$= -F(t) + F(1) \quad (\dots\dots \text{④}) \quad \dots\dots \text{⑦}$$

……テ



ここで、 W は右図の二等辺三角形の面積とつねに等しいので、
右図の高さ h が

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{(t^2+1)^2 - (t^2-1)^2} \\ &= \sqrt{(t^4+2t^2+1) - (t^4-2t^2+1)} \\ &= \sqrt{4t^2} \\ &= 2t \quad (t > 1 \text{ より}) \end{aligned}$$



であることから、

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot (2t^2 - 2) \cdot 2t \\ &= 2t^3 - 2t \end{aligned}$$

これと⑦より

$$-F(t) + F(1) = 2t^3 - 2t$$

この両辺を t で微分すると、 $F'(t) = f(t)$ より

$$-f(t) = 6t^2 - 2 \quad \text{つまり} \quad f(t) = \underline{\underline{-6t^2 + 2}}$$

……トナ、ニ、ヌ

[参考]

④以降では、

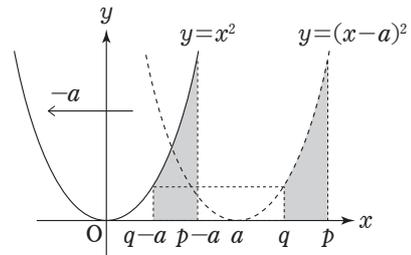
a, p, q ($p > q$) を定数とするとき、

$$\begin{aligned} \int_q^p (x-a)^2 dx &= \left[\frac{1}{3} (x-a)^3 \right]_q^p \\ &= \frac{1}{3} (p-a)^3 - \frac{1}{3} (q-a)^3 \quad \dots\dots \text{⑧} \end{aligned}$$

と計算できることを考えると、手早く処理できる。

これは、

$y = (x-a)^2$ のグラフを x 軸方向に $-a$ だけ平行移動して



$$\int_q^p (x-a)^2 dx \text{ を } \int_{q-a}^{p-a} x^2 dx$$

と見直すことにより

$$\int_{q-a}^{p-a} x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{q-a}^{p-a} = \frac{1}{3} (p-a)^3 - \frac{1}{3} (q-a)^3$$

となることからわかる。

これより④で

$$\begin{aligned} S &= \int_1^v p(x^2 - 2x + 1) dx \\ &= \int_1^v p(x-1)^2 dx \\ &= \left[\frac{p}{3} (x-1)^3 \right]_1^v \\ &= \frac{p}{3} (v-1)^3 \quad (\text{展開して, カ, キ, ク, ケを得る}) \end{aligned}$$

また, $g(v) = \frac{p}{3} (v-1)^3 - v^2 + v$ であり

$$g'(v) = p(v-1)^2 - 2v + 1 \text{ から } g'(2) = p \cdot 1^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 0 \text{ より } p = 3$$

さらに, このとき,

$$g(v) = (v-1)^3 - v(v-1) = (v-1) \{ (v-1)^2 - v \} = (v-1)(v^2 - 3v + 1)$$

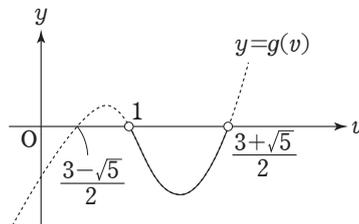
から, $g(v) = 0$ の解が $v = 1$ と $v^2 - 3v + 1 = 0$ の解とわかる。

これより,

$y = g(v)$ は極値をもち, そのグラフが v 軸と

$v = 1, \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ で交わるとわかるので, 右図から,

$1 < v < v_0$ で $g(v) < 0$ もわかる。



第3問

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の公差を d とすると,

$$a_4 = a_1 + 3d = 30 \quad \dots\dots ①$$

また,

$$\begin{aligned} & a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 \\ &= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots\dots + (a_1 + 7d) \\ &= 8a_1 + (1 + 2 + \dots\dots + 7)d \\ &= 8a_1 + 28d \end{aligned}$$

より,

$$8a_1 + 28d = 288 \quad \dots\dots ②$$

よって, ①, ②を解くと,

$$a_1 = -6, \quad d = 12$$

すなわち, $\{a_n\}$ の

$$\text{初項は } \underline{-6}, \text{ 公差は } \underline{12}$$

……アイ, ウエ

である。

このとき,

$$a_n = -6 + 12(n-1) = 12n - 18$$

となるから,

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \\ &= \frac{-6 + (12n - 18)}{2} \cdot n \\ &= (6n - 12) \cdot n \\ &= \underline{6n^2} - \underline{12n} \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

……オ, カキ

である。

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ の公比を r とすると,

$$b_2 = b_1 r = 36 \quad \dots\dots ④$$

$$\begin{aligned} b_1 + b_2 + b_3 &= b_1 + b_1 r + b_1 r^2 \\ &= b_1(1 + r + r^2) = 156 \quad \dots\dots ⑤ \end{aligned}$$

よって, ④ ÷ ⑤より,

$$\frac{r}{1 + r + r^2} = \frac{36}{156} = \frac{3}{13}$$

$$3(1 + r + r^2) = 13r$$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0$$

$$(3r - 1)(r - 3) = 0$$

よって, $r > 1$ より, $r = 3$

これと④より

$$b_1 = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$$

よって, $\{b_n\}$ の

初項は 12, 公比は 3

……クケ, コ

である。

また,

$$b_n = 12 \cdot 3^{n-1}$$

であるから,

$$T_n = \sum_{k=1}^n 12 \cdot 3^{k-1} = 12 \cdot \frac{3^n - 1}{3 - 1} = \underline{6(3^n - 1)} \quad \dots\dots\textcircled{6}$$

……サ, シ, ス

$$(3) \quad c_n = \sum_{k=1}^n (n-k+1)(a_k - b_k)$$

より

$$c_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} \{(n+1)-k+1\}(a_k - b_k)$$

であるから,

$$\begin{aligned} d_n &= c_{n+1} - c_n \\ &= \sum_{k=1}^{n+1} \{(n+1)-k+1\}(a_k - b_k) - \sum_{k=1}^n (n-k+1)(a_k - b_k) \\ &= \{(n+1) - (n+1) + 1\}(a_{n+1} - b_{n+1}) \\ &\quad + \sum_{k=1}^n \{(n+1)-k+1\}(a_k - b_k) - \sum_{k=1}^n (n-k+1)(a_k - b_k) \\ &= a_{n+1} - b_{n+1} + \sum_{k=1}^n \{(n+1)-k+1 - (n-k+1)\}(a_k - b_k) \\ &= a_{n+1} - b_{n+1} + \sum_{k=1}^n (a_k - b_k) \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned} d_n &= \sum_{k=1}^n a_k + a_{n+1} - \left(\sum_{k=1}^n b_k + b_{n+1} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^{n+1} b_k \\ &= \underline{S_{n+1} - T_{n+1}} \quad (\dots\dots\textcircled{5}) \end{aligned}$$

……セ

したがって, (1)の③, (2)の⑥より

$$\begin{aligned} d_n &= 6(n+1)^2 - 12(n+1) - 6 \cdot (3^{n+1} - 1) \\ &= 6n^2 - 6 \cdot 3^{n+1} \\ &= \underline{6n^2 - 2 \cdot 3^{n+2}} \end{aligned}$$

……ソ, タ, チ

である。

$$c_{n+1} - c_n = d_n$$

より

東進ハイスクール 東進衛星予備校

$$c_{n+1} - c_n = 6n^2 - 2 \cdot 3^{n+2}$$

よって,

$$c_1 = a_1 - b_1 = -6 - 12 = \underline{\underline{-18}}$$

……ツテト

であるから, $n \geq 2$ において

$$\begin{aligned} c_n &= c_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (6k^2 - 2 \cdot 3^{k+2}) \\ &= -18 + 6 \cdot \frac{(n-1)n\{2(n-1)+1\}}{6} - 2 \cdot \frac{3^3(3^{n-1}-1)}{3-1} \\ &= 2n^3 - 3n^2 + n + 9 - 3^{n+2} \end{aligned}$$

これは $n=1$ でも成立する。

したがって, $n \geq 1$ で,

$$c_n = \underline{\underline{2n^3 - 3n^2 + n + 9 - 3^{n+2}}}$$

……ナ, ニ, ヌ, ネ

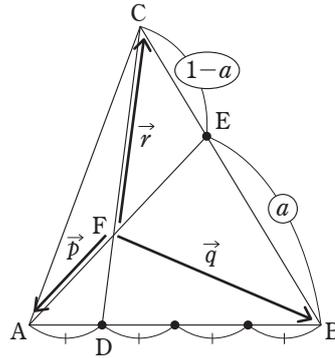
である。

第4問

(1) $\overline{AB} = \overline{FB} - \overline{FA}$
 $= \underline{\underline{\vec{q}}} - \underline{\underline{\vec{p}}}$ (……②) ……ア

であるから,

$$\begin{aligned} |\overline{AB}|^2 &= |\vec{q} - \vec{p}|^2 \\ &= (\vec{q} - \vec{p}) \cdot (\vec{q} - \vec{p}) \\ &= |\vec{q}|^2 - 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{p}|^2 \\ &= |\vec{p}|^2 - \underline{\underline{2\vec{p} \cdot \vec{q}}} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots ① \quad \dots\dots イ \end{aligned}$$



(2) Dは辺ABを1:3に内分する点であるから

$$\begin{aligned} \overline{FD} &= \frac{3\overline{FA} + 1\overline{FB}}{3+1} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{4}\vec{p}}} + \underline{\underline{\frac{1}{4}\vec{q}}} \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

……ウ, エ, オ, カ

(3) $\overline{FD} = s\vec{r}$, $\overline{FE} = t\vec{p}$ より,

②から,

$$s\vec{r} = \frac{3}{4}\vec{p} + \frac{1}{4}\vec{q} \quad \text{すなわち, } 4s\vec{r} = 3\vec{p} + \vec{q}$$

よって,

$$\vec{q} = \underline{\underline{-3\vec{p}}} + \underline{\underline{4s\vec{r}}} \quad \dots\dots ③$$

……キク, ケ

である。

また, Eは辺BCをa:(1-a)に内分する点であるから

$$\overline{FE} = (1-a)\overline{FB} + a\overline{FC} \quad \text{すなわち, } \overline{FE} = (1-a)\vec{q} + a\vec{r}$$

これと, $\overline{FE} = t\vec{p}$ より

$$t\vec{p} = (1-a)\vec{q} + a\vec{r} \quad \text{すなわち, } (1-a)\vec{q} = t\vec{p} - a\vec{r}$$

よって, $0 < a < 1$ より, $1-a \neq 0$ であるから,

$$\vec{q} = \underline{\underline{\frac{t}{1-a}\vec{p}}} - \underline{\underline{\frac{a}{1-a}\vec{r}}} \quad \dots\dots ④$$

……コ, サ, シ

ここで, D, Eはそれぞれ辺AB, BCの内分点であるから, Fは△ABCの内部の点となる。

よって, $\overline{FA} = \vec{p}$ と $\overline{FC} = \vec{r}$ はいずれも $\vec{0}$ ではなく, 平行でないから,

$$\begin{cases} -3 = \frac{t}{1-a} \\ 4s = \frac{-a}{1-a} \end{cases} \quad \text{つまり, } \begin{cases} s = \frac{-a}{4(1-a)} \\ t = \underline{\underline{-3(1-a)}} \end{cases}$$

……スセ, ソ

……タチ

(4) $|\vec{p}|=1$ のとき, ①より

$$|\overline{AB}|^2 = 1 - 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots ⑤$$

である。また,

$$\overline{BE} = \overline{FE} - \overline{FB} = t\vec{p} - \vec{q} = -3(1-a)\vec{p} - \vec{q}$$

より

$$\begin{aligned} |\overline{BE}|^2 &= \{-3(1-a)\vec{p} - \vec{q}\} \cdot \{-3(1-a)\vec{p} - \vec{q}\} \\ &= 9(1-a)^2 |\vec{p}|^2 + 6(1-a)\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \end{aligned}$$

$|\vec{p}|=1$ であるから,

$$|\overline{BE}|^2 = 9(1-a)^2 + 6(1-a)\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots ⑥ \quad \dots\dots \text{ツ, テ}$$

$|\overline{AB}| = |\overline{BE}|$ より, $|\overline{AB}|^2 = |\overline{BE}|^2$ であるから, ⑤, ⑥より

$$1 - 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 = 9(1-a)^2 + 6(1-a)\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2$$

$$\{6(a-1) - 2\}\vec{p} \cdot \vec{q} = 9a^2 - 18a + 8$$

$$2(3a-4)\vec{p} \cdot \vec{q} = (3a-4)(3a-2)$$

よって, $0 < a < 1$ により, $3a-4 \neq 0$ であるから

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \frac{3a-2}{2} \quad \dots\dots \text{トナ, ニ, ヌ}$$

である。