

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

N

数 学 ② [数学Ⅱ] (100点 60分)

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となることがあります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4~14	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15~29	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**，**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(-)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**，**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**，**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで にマークしなさい。

例えば、**キ**，**クケ** に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ， $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ， $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ， $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数 学 II

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 30)

{1}

(1) 1 ラジアンとは, のことである。 に当てはまるものを, 次の①~③のうちから一つ選べ。

- ① 半径が 1, 面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
- ② 半径が π , 面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
- ③ 半径が 1, 弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ
- ④ 半径が π , 弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ

(2) 144° を弧度で表すと $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}\pi$ ラジアンである。また, $\frac{23}{12}\pi$ ラジアンを度で表すと $^\circ$ である。

(数学 II 第 1 問は次ページに続く。)

(3) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ の範囲で

$$2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{5}\right) - 2 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{30}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす θ の値を求めよう。

$x = \theta + \frac{\pi}{5}$ とおくと、 $\textcircled{1}$ は

$$2 \sin x - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right) = 1$$

と表せる。加法定理を用いると、この式は

$$\sin x - \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \cos x = 1$$

となる。さらに、三角関数の合成を用いると

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right) = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}}$$

と変形できる。 $x = \theta + \frac{\pi}{5}$, $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ だから、 $\theta = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}} \pi$ であ

る。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

〔2〕 c を正の定数として、不等式

$$x^{\log_3 x} \geq \left(\frac{x}{c}\right)^3 \dots\dots\dots ②$$

を考える。

3 を底とする ② の両辺の対数を取り、 $t = \log_3 x$ とおくと

$$t \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} t + \boxed{\text{タ}} \log_3 c \geq 0 \dots\dots\dots ③$$

となる。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

$c = \sqrt[3]{9}$ のとき、② を満たす x の値の範囲を求めよう。③ により

$$t \leq \boxed{\text{チ}}, \quad t \geq \boxed{\text{ツ}}$$

である。さらに、真数の条件を考えて

$$\boxed{\text{テ}} < x \leq \boxed{\text{ト}}, \quad x \geq \boxed{\text{ナ}}$$

となる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

数学 II

次に、②が $x > \boxed{\text{テ}}$ の範囲でつねに成り立つような c の値の範囲を求めよう。

x が $x > \boxed{\text{テ}}$ の範囲を動くとき、 t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ニ}}$ である。 $\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 正の実数全体

② 負の実数全体

③ 実数全体

④ 1 以外の実数全体

この範囲の t に対して、④が つねに成り立つための必要十分条件は、

$\log_3 c \geq \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。すなわち、 $c \geq \sqrt[\boxed{\text{シ}}]{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

数学Ⅱ

第2問 (配点 30)

[1] $p > 0$ とする。座標平面上の放物線 $y = px^2 + qx + r$ を C とし、直線 $y = 2x - 1$ を l とする。 C は点 $A(1, 1)$ において l と接しているとする。

(1) q と r を、 p を用いて表そう。放物線 C 上の点 A における接線 l の傾きは $\boxed{\text{ア}}$ であることから、 $q = \boxed{\text{イウ}}p + \boxed{\text{エ}}$ がわかる。さらに、 C は点 A を通ることから、 $r = p - \boxed{\text{オ}}$ となる。

(2) $v > 1$ とする。放物線 C と直線 l および直線 $x = v$ で囲まれた図形の面積 S は $S = \frac{p}{\boxed{\text{カ}}}(v^3 - \boxed{\text{キ}}v^2 + \boxed{\text{ク}}v - \boxed{\text{ケ}})$ である。

また、 x 軸と l および 2 直線 $x = 1$, $x = v$ で囲まれた図形の面積 T は、 $T = v \boxed{\text{コ}} - v$ である。

$U = S - T$ は $v = 2$ で極値をとるとする。このとき、 $p = \boxed{\text{サ}}$ であり、 $v > 1$ の範囲で $U = 0$ となる v の値を v_0 とすると、

$$v_0 = \frac{\boxed{\text{シ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ である。} 1 < v < v_0 \text{ の範囲で } U \text{ は } \boxed{\text{ソ}} \text{ 。$$

$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① つねに増加する ② つねに減少する ③ 正の値のみをとる
 ④ 負の値のみをとる ⑤ 正と負のどちらの値もとる

$p = \boxed{\text{サ}}$ のとき、 $v > 1$ における U の最小値は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

[2] 関数 $f(x)$ は $x \geq 1$ の範囲でつねに $f(x) \leq 0$ を満たすとする。 $t > 1$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = 1$, $x = t$ で囲まれた図形の面積を W とする。 t が $t > 1$ の範囲を動くとき、 W は、底辺の長さが $2t^2 - 2$ 、他の 2 辺の長さがそれぞれ $t^2 + 1$ の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。このとき、 $x > 1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。一般に、 $F'(x) = \boxed{\text{ツ}}$, $W = \boxed{\text{テ}}$

が成り立つ。 $\boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを、次の①~⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| ① $-F(t)$ | ④ $F(t)$ | ⑦ $F(t) - F(1)$ |
| ② $F(t) + F(1)$ | ⑤ $-F(t) + F(1)$ | ⑧ $-F(t) - F(1)$ |
| ③ $-f(x)$ | ⑥ $f(x)$ | ⑨ $f(x) - f(1)$ |

したがって、 $t > 1$ において

$$f(t) = \boxed{\text{トナ}} t^{\boxed{\text{ニ}}} + \boxed{\text{ヌ}}$$

である。よって、 $x > 1$ における $f(x)$ がわかる。

数学Ⅱ

第3問 (配点 20)

座標平面上の2点A(-1, 0), B(2, 1)を通る直線を l_1 とする。また, 方程式 $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 36 = 0$ が表す円を C_1 とする。

(1) l_1 の方程式は $x - \boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}} = 0$ である。また, C_1 の中心は $(\boxed{\text{ウエ}}, \boxed{\text{オ}})$ で, 半径は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) C_1 上の点 $P(a, b)$ に対して, 三角形ABPの重心Gの座標を (s, t) とおくと, $a = \boxed{\text{キ}}s - \boxed{\text{ク}}$, $b = \boxed{\text{ケ}}t - \boxed{\text{コ}}$ である。したがって, Pが C_1 上を動くとき, Gの軌跡は中心 $(\frac{\boxed{\text{サン}}}{\boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}})$, 半径 $\boxed{\text{タ}}$ の円となる。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

数学 II

- (3) (2)で求めた円を C_2 とする。点 Q が C_2 上を動き、点 R が線分 AB 上を動くとき、線分 QR の長さの最小値と最大値を求めよう。

C_2 の中心を通り、直線 l_1 と垂直な直線 l_2 の方程式は

$$\boxed{\text{チ}}x + \boxed{\text{ツ}}y - 1 = 0$$

である。 l_1 と l_2 の交点は、線分 AB を $1 : \boxed{\text{テ}}$ に内分することがわかる。よって、 l_2 は線分 AB と交わるので、 QR の長さの最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} - \boxed{\text{タ}}$$

である。

QR の長さが最大となるときの R の座標は $(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}})$ である。し

たがって、最大値は

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} + \boxed{\text{タ}}$$

である。

数学Ⅱ

第4問 (配点 20)

a, b, c を実数とし、 x の整式 $P(x)$ を

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とする。3次方程式 $P(x) = 0$ は虚数 $-1 + \sqrt{6}i$ を解にもつとする。

- (1) 3次方程式 $P(x) = 0$ の実数解を a を用いて表そう。

$P(x)$ の x に虚数 $-1 + \sqrt{6}i$ を代入し、整理すると

$$P(-1 + \sqrt{6}i) = \boxed{\text{アイ}} a - b + c + \boxed{\text{ウエ}} \\ + \left(\boxed{\text{オカ}} a + b - \boxed{\text{キ}} \right) \sqrt{6}i$$

となる。したがって、 b, c を a を用いて表すと

$$b = \boxed{\text{ク}} a + \boxed{\text{ケ}}, \quad c = \boxed{\text{コ}} a - \boxed{\text{サシ}}$$

となる。

二つの虚数 $-1 + \sqrt{6}i, -1 - \sqrt{6}i$ を解とする2次方程式で、 x^2 の係数が1のものは

$$x^2 + \boxed{\text{ス}} x + \boxed{\text{セ}} = 0$$

である。 $P(x)$ をこの方程式の左辺の整式で割ると、商は $x + a - \boxed{\text{ソ}}$,

余りは $\boxed{\text{タ}}$ である。よって、方程式 $P(x) = 0$ の実数解は

$$x = \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}}$$

と表せる。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

(2) $P(x)$ を $x + a - 3$ で割ったときの余りが6のとき、 $a = \boxed{\text{テ}}$ である。

このとき、 $P(x)$ を2次の整式 $Q(x)$ で割ったときの商は $x - 1$ 、余りは $13x + 17$ とすると

$$Q(x) = x^2 + \boxed{\text{ト}}x + \boxed{\text{ナ}}$$

である。

数学Ⅱ

(下書き用紙)