第 2 回 10 月九大本番レベル模試　（2018 年 10 月 14 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $\mathrm{P}(X, Y)$とおき，X, Yを満たす式を導いて 10 点
- 答えに 5 点
- 正しく図示して 5 点

（2）（配点 30 点）

- C_1とC_2の関係を述べて 13 点
- C_1とC_2および求める面積の部分を図示して 5 点
- 面積を求める積分式が立式できて 5 点
- 途中の計算と答えに 7 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- PQ^2を$\mathrm{O_1P}^2$を使って表して 3 点
- $\triangle \mathrm{OO_1P}$に余弦定理を適用し，$\mathrm{O_1P}^2$をθを使って表して 7 点
- PQ^2を$\cos\theta$を使って表して 4 点
- 途中の計算と答えに 6 点

（2）（配点 30 点）

- $\mathrm{PR} = 4\sqrt{5}\cos\dfrac{\theta}{2}$と求めて 10 点
- $\mathrm{PQ}+\mathrm{PR}$を合成した式で表して 10 点
- 最大値を求めて 4 点
- $\sin\theta, \cos\theta$をそれぞれ求めて 6 点(各 3 点)

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 25 点）

- 4 点の選び方の総数を求めて 5 点
- 取り得る長方形の形の数を求めて 6 点(各 3 点)
- 長方形それぞれができる場合の数を求めて 8 点(各 4 点)
- 答えに 6 点

（2）（配点 25 点）

- 条件を満たす四角形の形の種類を求めて 12 点(各 3 点)
- 四角形それぞれができる場合の数を求めて 8 点(各 2 点)
- 答えに 5 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- p に ω の値を代入し，整理して 8 点
- p, a, b, c は実数より，条件式を示して 4 点
- 証明できて 3 点

（2）（配点 18 点）

- c は奇数であることを証明するのに，背理法で示す方針をたてて 3 点
- 正しく証明できて 6 点
- a, b が互いに素であることを証明するのに，a, b の最大公約数を g と設定して 3 点
- $g=1$ であると証明できて 6 点

（3）（配点 17 点）

- $a-b$ が偶数であることと，a, b は互いに素であることから、a, b の関係をとらえて 6 点
- a, b, p をそれぞれ c を用いて表して 6 点(各 2 点)
- 3 番目に小さい p の値と a, b, c の値に 5 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 30 点）

- $\dfrac{dx}{d\theta}, \dfrac{dy}{d\theta}$ をそれぞれ求めて 10 点(各 5 点)
- 増減表を示して 6 点
- P, Q の座標をそれぞれ求めて 6 点(各 3 点)
- 正しく図示できて 8 点

（2）（配点 20 点）

- $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{2}{3}\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$ に場合分けをし、面積を求める積分式を示して 5 点
- 正しく置換積分ができて 5 点
- 途中の計算と答えに 10 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 16 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\vec{n}$ （t は実数）とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ の成分を t で表して 5 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ の成分を t で表して 3 点
- t を求めて 5 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 22 点）

- 正三角形である $\triangle\mathrm{ABC}$ と点 H との関係を正しくとらえて 2 点
- HB の長さを求めて 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{HB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{HC}}$ の成分をそれぞれ求めて 8 点
- 答えに 6 点（各 3 点）

（3）（配点 12 点）

- 正六角形 BCDEFG と点 A の関係を正しくとらえ，$\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{CB}}$ であることを述べて 8 点
- 答えに 4 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 14 点）

- $2x=2[x]+2\alpha$ と導いて 4 点
- α の値により場合分けをし，$[2x]$ と $2[x]$ の関係について述べて 8 点（各 4 点）
- 答えに 2 点

（2）（配点 18 点）

- $x+\dfrac{1}{2}$ を $[x]$ と α を用いて表して 2 点
- α の値により場合分けをし，$\left[x+\dfrac{1}{2}\right]$ と $[x]$ の関係を示して 8 点(各 4 点)
- 証明できて 8 点

（3）（配点 18 点）

- $x=\dfrac{c}{2^k}$ として、(2)の式に代入して 4 点
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{c}{2^k}+\frac{1}{2}\right]=[c]-\left[\frac{c}{2^n}\right]$ と導いて 4 点
- c の値により場合分けをし，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left[\frac{c}{2^n}\right]$ の値を求めて 8 点(各 4 点)
- 証明できて 2 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- 4 点の選び方の総数は ${}_{4n}\mathrm{C}_4$ であることを述べて 5 点
- 正方形になる場合の数を求めて 10 点
- 答えに 5 点

（2）（配点 30 点）

- A を固定した場合の 3 点 B, C, D の選び方の数を求めて 15 点
- 条件を満たす四角形の総数を求めて 10 点
- 答えに 5 点

第 5 問（50 点満点）

- 与式を“$z=$”となるよう式変形を行い 8 点
- C の式を $\left(\dfrac{2}{\overline{w}-a}+a\right)+\left(\dfrac{2}{w-a}+a\right)=0$ と導いて 9 点
- さらに C の式を，$w\neq a$ かつ $\left|w-\left(a-\dfrac{1}{a}\right)\right|=\dfrac{1}{a}$ と導いて 13 点
- C を正しく図示できて 10 点
- a の値の範囲を求めて 10 点