I （３５点）

【解答・採点基準】

問 1 $\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

問 1　4 点

問 2

床との衝突直前の小球の鉛直方向の速度を下向きを正として v_1 とすると，問 1 の結果と等加速度直線運動の公式より

$$v_1 = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

小球は床と 60° の角度をなす方向から衝突したことから

$$\frac{v_1}{v_0} = \tan 60°$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{3}}$$

(答)　$v_0 = \sqrt{\dfrac{2gh}{3}}$

問 2　5 点
＊衝突直前の小球の鉛直方向の速度に 1 点
＊答に 4 点

問 3

衝突前後で小球の水平方向の速さは v_0 で一定であるから，床との衝突直後の小球の鉛直方向の速度を上向きを正として v_2 とすると，小球は床と 30° の角度をなす方向へとはね返ったことより

$$\frac{v_2}{v_0} = \tan 30°$$

$$\therefore v_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{3}$$

これと，問 2 の結果と反発係数の式より

$$e = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3}$$

問 3　6 点
＊衝突直後の小球の鉛直方向の速度に 2 点
＊答に 4 点

(答) $e=\frac{1}{3}$

問 4	**問 4 6 点**

問 4

問 3 より，床との衝突直後の小球の鉛直方向の速度は上向きを正として

$$v_2=\frac{\sqrt{2gh}}{3}$$

であるので，求める高さを H とすると，鉛直方向について等加速度直線運動の公式より

$$0^2-\left(\frac{\sqrt{2gh}}{3}\right)^2=-2gH$$

$$\therefore H=\frac{1}{9}h\left(=e^2h\right)$$

(答) $\frac{1}{9}h$ または e^2h

問 4 6 点
＊等加速度直線運動の公式を正しく立式できて 2 点
＊答に 4 点

問 4[別解 1]

問 3 より，床との衝突直後の小球の鉛直方向の速度は上向きを正として

$$v_2=\frac{\sqrt{2gh}}{3}\left(=e\sqrt{2gh}\right)$$

であるので，小球が床と衝突してから最高到達点に到達するまでの時間を t' とすると，鉛直方向について等加速度直線運動の公式より

$$0=\frac{\sqrt{2gh}}{3}-gt'$$

$$\therefore t'=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2h}{g}}\left(=e\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$$

したがって，求める高さを H とすると，鉛直方向について等加速度直線運動の公式より

$$H=\frac{\sqrt{2gh}}{3}\cdot t'-\frac{1}{2}gt'^2$$

$$=\frac{1}{9}h\left(=e^2h\right)$$

問 4[別解 1] 6 点
＊床と衝突してから最高点に到達するまでの時間に 2 点
＊答に 4 点

(答) $\frac{1}{9}h$ または e^2h

問 4[別解 2]

問 3 より，床との衝突直後の小球の鉛直方向の速度は上向きを正として

$$v_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{3}\left(= e\sqrt{2gh}\right)$$

であるので，求める高さを H とすると，衝突の前後で小球の水平方向の速さは v_0 で一定であり，水平方向の運動エネルギーは変化しないことから，鉛直方向について力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgH$$

$$\therefore H = \frac{1}{9}h\left(= e^2h\right)$$

(答) $\frac{1}{9}h$ または e^2h

問 4[別解 2] 6 点

＊衝突の前後で小球の水平方向の速さは変化しないことへの言及に 1 点

＊力学的エネルギー保存則に 1 点

＊答に 4 点

問 5

台から打ち出された直後と床に衝突した後の最高到達点でのエネルギーを比較すると，運動エネルギーは等しく位置エネルギーのみが異なるため，小球が衝突で失った力学的エネルギーの大きさは，問 4 の結果より

$$mgh - mg\cdot e^2h$$

$$= \frac{8}{9}mgh\left(= \left(1-e^2\right)mgh\right)$$

(答) $\frac{8}{9}mgh$ または $\left(1-e^2\right)mgh$

問 5 7 点

＊台から打ち出された直後と床に衝突した後の最高到達点において，速度または運動エネルギーが等しいことへの言及に 2 点

＊答に 5 点

問 5[別解]

衝突直前と衝突直後の運動エネルギーを比較すると，小球が衝突で失った力学的エネルギーの大きさは，問 2 および問 3 の結果より

$$\frac{1}{2}m\left(v_0^2 + v_1^2\right) - \frac{1}{2}m\left(v_0^2 + v_2^2\right)$$

問 5[別解] 7 点

＊エネルギーの比較式が正しく立式できていることに 2 点

＊答に 5 点

$$=\frac{8}{9}mgh\left(=\left(1-e^2\right)mgh\right)$$

(答) $\frac{8}{9}mgh$ または $\left(1-e^2\right)mgh$

問 6

衝突前後で小球の水平方向の速度は変化していないので，床との衝突による小球の運動量の変化の大きさは鉛直方向の運動量の変化の大きさに等しく，鉛直方向下向きを正とすると

$$\left|m\sqrt{2gh}-\left(-me\sqrt{2gh}\right)\right|=(1+e)m\sqrt{2gh}$$
$$=\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$$

ここで，小球が床から受けた力積の大きさは衝突前後での小球の運動量の変化の大きさに等しいことから，求める力積の大きさは

$$\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}\left(=(1+e)m\sqrt{2gh}\right)$$

(答) $\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$ または $(1+e)m\sqrt{2gh}$

問 6[別解 1]

衝突直前と衝突直後の小球の運動量の関係は下図のようであり，衝突直前の運動量の大きさは $2m\sqrt{\frac{2gh}{3}}$ であり，衝突直後の運動量の大きさは $m\sqrt{2\left(\frac{1}{3}+e^2\right)gh}$ である。

問 6 7 点

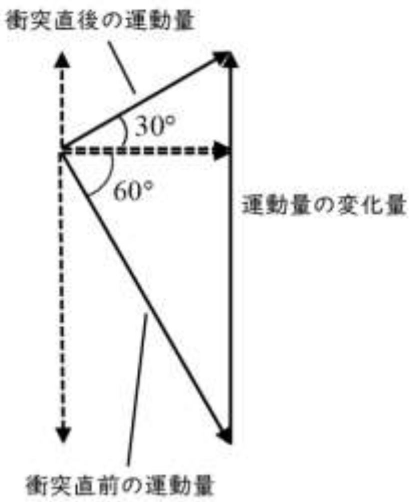
＊床との衝突による運動量の変化の大きさは鉛直方向の運動量の変化の大きさに等しいことに 1 点

＊力積の大きさが運動量の変化の大きさに等しいことに 2 点

＊答に 4 点

問 6[別解 1] 7 点

＊運動量の関係を正しく図示できていること，または衝突直前と衝突直後の運動量が直交していることへの言及に 1 点



上図と三平方の定理より床との衝突による小球の運動量の変化の大きさは

$$\sqrt{\left(2m\sqrt{\frac{2gh}{3}}\right)^2+\left(m\sqrt{2\left(\frac{1}{3}+e^2\right)gh}\right)^2}=m\sqrt{2\left(\frac{5}{3}+e^2\right)gh}$$

$$=\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$$

ここで，小球が床から受けた力積の大きさは衝突前後での小球の運動量の変化の大きさに等しいことから，求める力積の大きさは

$$\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}\left(=m\sqrt{2\left(\frac{5}{3}+e^2\right)gh}\right)$$

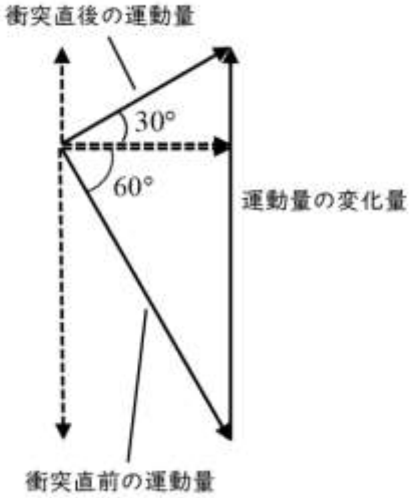
(答) $\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$ または $m\sqrt{2\left(\frac{5}{3}+e^2\right)gh}$

＊力積の大きさが運動量の変化の大きさに等しいことに 2 点
＊答に 4 点

問 6[別解 2]

衝突直前と衝突直後の小球の運動量の関係は下図のようであり，衝突直前の運動量の大きさは $2m\sqrt{\frac{2gh}{3}}$ であり，衝突直後の運動量の大きさは $m\sqrt{2\left(\frac{1}{3}+e^2\right)gh}$ である。

問 6[別解 2] 7 点
＊運動量の関係を正しく図示できていて 1 点
＊力積の大きさが運動量の変化の大きさに等しいことに 2 点
＊答に 4 点



以上より，床との衝突による小球の運動量の変化の大きさは

$$\left|2m\sqrt{\frac{2gh}{3}}\cdot\sin 60°-\left(-m\sqrt{2\left(\frac{1}{3}+e^2\right)gh}\cdot\sin 30°\right)\right|$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}+e^2}\right)m\sqrt{2gh}$$

$$=\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$$

ここで，小球が床から受けた力積の大きさは衝突前後での小球の運動量の変化の大きさに等しいことから，求める力積の大きさは

$$\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}\left(=\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}+e^2}\right)m\sqrt{2gh}\right)$$

(答) $\frac{4}{3}m\sqrt{2gh}$ または $\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}+e^2}\right)m\sqrt{2gh}$

2 （３５点）

【解答・採点基準】

問 1　$\dfrac{c}{\lambda}$

問 2　$L_2 - L_1 = \sqrt{L^2 + \left(x + \dfrac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(x - \dfrac{d}{2}\right)^2}$

問 3　$L_2 - L_1 = n\lambda$

問 4

与えられた近似式 $\sqrt{1+\alpha} \fallingdotseq 1 + \dfrac{\alpha}{2}$ を用いて

$$L_2 - L_1 = \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$= L\left\{\sqrt{1 + \left(\frac{2x+d}{2L}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{2x-d}{2L}\right)^2}\right\}$$

$$\fallingdotseq L\left[\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2x+d}{2L}\right)^2\right\} - \left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2x-d}{2L}\right)^2\right\}\right]$$

$$= \frac{dx}{L}$$

よって，問 3 より

$$\frac{dx}{L} = n\lambda$$

$$\therefore x = \frac{nL\lambda}{d}$$

（答）$x = \dfrac{nL\lambda}{d}$

問 5　$\boxed{\text{ア}}$　$\dfrac{d}{2}$

問 6

S_1, S_2 からの光が共に届く範囲は $-\dfrac{d}{2} < x < \dfrac{d}{2}$ であり，問 4 の結果を代入すると

問 1　5 点

問 2　6 点

問 3　6 点

問 4　6 点

＊ $L_2 - L_1$ を正しく近似して 2 点(途中計算なく，単に $L_2 - L_1 \fallingdotseq \dfrac{dx}{L}$ としている場合は加点なし)

＊ $\dfrac{dx}{L} = n\lambda$ の立式に 2 点（左辺の近似計算が直前で誤っていても立式が正しければ加点）

＊答に 2 点

問 5　6 点

問 6　6 点

＊二つの光が届く範囲を正しく求めて 2 点

$$-\frac{d}{2} < \frac{nL\lambda}{d} < \frac{d}{2}$$

$$\therefore -\frac{d^2}{2L\lambda} < n < \frac{d^2}{2L\lambda}$$

各値を代入すると

$$\frac{d^2}{2L\lambda} = 3.75$$

よって，明線は $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ の 7 本。

(答) 7 本

＊ n の範囲を求める立式に 2 点(数値を代入していなくても加点)

＊答に 2 点

$\boxed{3}$ （３０点）

【解答・採点基準】

問 1

二つの抵抗の合成抵抗は $R+r$ なので，オームの法則より流れる電流の大きさを i とおくと

$$i=\frac{E}{R+r}$$

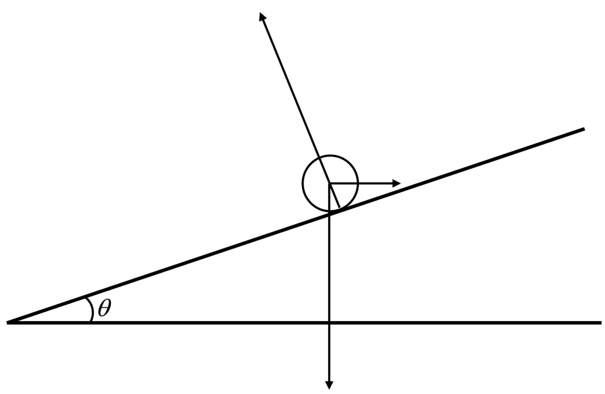
となる。抵抗値 R の抵抗の消費電力について，消費電力は抵抗値と流れる電流の二乗の積で表されるので

$$Ri^2=\frac{R}{(R+r)^2}E^2$$

となる。

（答）電流の大きさ：$\dfrac{E}{R+r}$，消費電力：$\dfrac{R}{(R+r)^2}E^2$

問 2　　下図



問 3　　$0=IB\ell\cos\theta-mg\sin\theta$

問 4

(i)　　$\ell vB\Delta t\cos\theta$

(ii)　　$\ell vB\cos\theta$

問 5

まず，I を考える。問 3 の結果を式変形して

問 1　8 点

＊合成抵抗が $R+r$ であることに言及，またはキルヒホッフ第二法則に言及して 2 点

＊消費電力の式に 2 点

＊答えに各 2 点×2

問 2　4 点

＊正しい向きで 3 本書いて 4 点

＊垂直抗力の始点がレールから出ていない場合は 1 点減点

＊矢印の長さは不問

問 3　4 点

問 4　6 点

(i)　**3 点**

(ii)　**3 点**

問 5　8 点

＊問 3 の結果から電流を求められている

$$I=\frac{mg\tan\theta}{B\ell}$$

となる。導体棒に生じる誘導起電力の大きさは問 4(ii)より $\ell vB\cos\theta$ でありかつレール間の導体棒の抵抗値が r だから，オームの法則より

$$I=\frac{\ell vB\cos\theta}{r}$$

となるので，

$$\frac{mg\tan\theta}{B\ell}=\frac{\ell vB\cos\theta}{r}$$

$$\therefore v=\frac{mgr\tan\theta}{(B\ell)^2\cos\theta}$$

となる。

（答） $v=\dfrac{mgr\tan\theta}{(B\ell)^2\cos\theta}$， $I=\dfrac{mg\tan\theta}{B\ell}$

ことに 1 点

＊問 4(ii)の結果から電流を求められていることに 1 点

＊求めた二つの電流が等しいということを立式して 2 点

＊答えに各 2 点×2