

# 神戸大本番レベル模試(理系)

## 解答・解説・採点基準

全5問 120分 150点満点

### 1. (30点)

#### 【解答・採点基準】

(1)

整数が偶数になる条件は、下一桁が偶数であることである。7枚のカードのうち、偶数のカードは0,2,4,6の5枚である。

[1] 下一桁が0のとき

このとき整数は

$$1 \cdot 6 \cdot 5 = 30(\text{個})$$

できる。

[2] 下一桁が2,4,6のとき

このとき整数は

$$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75(\text{個})$$

できる。

以上[1],[2]より、カードで作られる3桁の整数のうち、偶数であるものは

$$30 + 75 = 105(\text{個}) \quad \dots(\text{答})$$

である。

(2)

整数が3の倍数になる条件は、各位の和が3の倍数であることである。

0から6のカード3枚で作れる各位の和が3の倍数となる組は以下の

13組である。

(1) 8点

一の位が0のときの場合の数に…3点

一の位が0以外のときの場合の数に…3点

答…2点

(2) 10点

- 和が3となる (0,1,2)
- 和が6となる (0,1,5),(0,2,4),(1,2,3)
- 和が9となる (0,3,6),(0,4,5),(1,2,6),(1,3,5),(2,3,4)
- 和が12となる (1,5,6),(2,4,6),(3,4,5)
- 和が15となる (4,5,6)

[1] 0 を含むとき

0 を含むものは、5 組ある。このとき整数は

$$5 \cdot 4 = 20(\text{個})$$

できる。

[2] 0 を含まないとき

0 を含まないものは、8 組ある。このとき整数は

$$8 \cdot 6 = 48(\text{個})$$

できる。

以上[1],[2]より、カードで作られる3桁の整数のうち、3の倍数であるものは

$$20 + 48 = 68(\text{個}) \quad \dots(\text{答})$$

である。

(3)

$k$  を自然数として、 $\sqrt{n^2 - 4n - 996} = k$  とおく。両辺を2乗すると、

$$n^2 - 4n - 996 = k^2$$

$$\therefore (n - 2)^2 - 1000 = k^2$$

$$\therefore (n - 2)^2 - k^2 = 1000$$

$$\therefore (n - 2 + k)(n - 2 - k) = 1000$$

$n, k$  は自然数より、 $n - 2 + k > 100$  である。さらに、

$(n - 2 + k, n - 2 - k) = (a, b)$  とすると、 $(n, k) = \left(\frac{a+b}{2} + 2, \frac{a-b}{2}\right)$  より、

$n, k$  が自然数となるためには、 $a + b, a - b$  は偶数である必要がある。

よって、 $a, b$  はともに偶数である。ゆえに、

$$(n - 2 + k, n - 2 - k) = (500, 2), (250, 4), (100, 10), (50, 20)$$

$$(n, k) = (253, 249), (129, 123), (57, 45), (37, 15)$$

となる。このうち、0 から 6 のカード 3 枚で作れる整数  $n$  は、 $n = 253$  のみである。  $\dots(\text{答})$

13 組を列挙できて

いて  $\dots 4$  点

(1 組抜ける毎に 1 点減点、最大 4 点減点)

0 を含む場合の数に

$\dots 2$  点

0 を含まない場合の

数に  $\dots 2$  点

答  $\dots 2$  点

(3) 12 点

因数分解して  $\dots 4$  点

答  $\dots 8$  点

(正しくないとき

$n - 2 + k > 100 \dots 2$  点

$a, b$  がともに偶数であること  $\dots 2$  点)



## 2. (30点)

### 【解答・採点基準】

(1)

点 G は三角形 PQR の重心であり,

$$\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\vec{a}, \quad \overrightarrow{OQ} = \frac{1}{4}\vec{b}, \quad \overrightarrow{OR} = t\vec{c} \text{ であるので,}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OQ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OR}$$

$$= \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} + \frac{t}{3}\vec{c} \quad \dots(\text{答})$$

(2)

(1) より

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OG}|^2 &= \left| \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} + \frac{t}{3}\vec{c} \right|^2 \\ &= \frac{1}{16}|\vec{a}|^2 + \frac{1}{144}|\vec{b}|^2 + \frac{t^2}{9}|c|^2 + \frac{1}{24}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{t}{18}\vec{b} \cdot \vec{c} + \frac{t}{6}\vec{c} \cdot \vec{a} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

ここで,  $OA=OB=OC=1$  より  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$  である.

また, 三角形 OAB について,  $\angle AOB = 60^\circ$  なので,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \angle AOB = \frac{1}{2}$$

である. 同様にして  $\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \frac{1}{2}$  なので, これらを①に

代入して,

(1) 8点

$\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}, \overrightarrow{OR}$  をそれぞれ  $a, b, c$  を用いて表す

…各1点×3

答…5点

(2) 10点

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \dots 3 \text{点}$$

$$|\overrightarrow{OG}|^2 = \frac{1}{16} \cdot 1^2 + \frac{1}{144} \cdot 1^2 + \frac{t^2}{9} \cdot 1^2 + \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{2} + \frac{t}{18} \cdot \frac{1}{2} + \frac{t}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{t^2}{9} + \frac{t}{9} + \frac{13}{144}$$

$$|\overrightarrow{OG}|^2 = \frac{25}{144} \text{であるので,}$$

$$\frac{t^2}{9} + \frac{t}{9} + \frac{13}{144} = \frac{25}{144}$$

$$4t^2 + 4t - 3 = 0$$

$$(2t + 3)(2t - 1) = 0$$

$$0 < t < 1 \text{より, } t = \frac{1}{2} \dots (\text{答})$$

(3)

$$\overrightarrow{OG'} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \text{より,}$$

$$|\overrightarrow{OG'}|^2 = \left| \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \right|^2$$

$$= \frac{1}{9}|\vec{a}|^2 + \frac{1}{9}|\vec{b}|^2 + \frac{1}{9}|c|^2 + \frac{2}{9}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{2}{9}\vec{b} \cdot \vec{c} + \frac{2}{9}\vec{c} \cdot \vec{a}$$

$$= \frac{1}{9} \cdot 1^2 + \frac{1}{9} \cdot 1^2 + \frac{1}{9} \cdot 1^2 + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OG'} = \left( \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} + \frac{1}{6}\vec{c} \right) \left( \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \right)$$

$$= \frac{1}{12}|\vec{a}|^2 + \frac{1}{36}|\vec{b}|^2 + \frac{1}{18}|c|^2 + \frac{1}{9}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{12}\vec{b} \cdot \vec{c} + \frac{5}{36}\vec{c} \cdot \vec{a}$$

$$= \frac{1}{3}$$

よって三角形 OGG' の面積は,

$$\Delta OGG' = \frac{1}{2} \sqrt{|\overrightarrow{OG}|^2 |\overrightarrow{OG'}|^2 - (\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OG'})^2}$$

$|\overrightarrow{OG}|^2$  を  $t$  の式で

表して・・・5点

答・・・2点

(3) 12点

$$|\overrightarrow{OG'}|^2 = \frac{2}{3}$$

・・・3点

$$\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OG'} = \frac{1}{3}$$

・・・3点

$\Delta OGG'$  の立式に

・・・2点

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{25}{144} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{72} \quad \dots(\text{答})$$

答..4点

### 3. (30点)

#### 【解答・採点基準】

(1)

$$f(x) = x \log x \quad (x > 0)$$

$$f'(x) = 1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \log x + 1$$

増減表を書くと、以下の通り.

$x$	(0)	...	$\frac{1}{e}$	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		↘	$-\frac{1}{e}$	↗

よって、 $x = \frac{1}{e}$  のとき、最小値  $f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$  をとる. ... (答)

(2)

$$C_1; y = x \log x, \quad y' = \log x + 1$$

$$C_2; y = ax^2, \quad y' = 2ax$$

$x > 0$  において、共有点 P の  $x$  座標を  $t (> 0)$  とおくと、

$$\begin{cases} t \log t = at^2 & \dots \textcircled{1} \\ \log t + 1 = 2at & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②を同時に満たす正の実数  $t$  が存在する.

②式と  $t \neq 0$  より、 $a = \frac{\log t + 1}{2t}$ . これを①式に代入して解くと、 $t = e$ . また  $a = \frac{1}{e}$

... (答)

となる.

(3)

求める面積は下図灰色部分. また、 $a = b = \frac{1}{e}$ ,  $P(e, e)$  である.

(1) 9点

$f'(x)$  に...3点

正しい増減表に  
...3点

答...3点

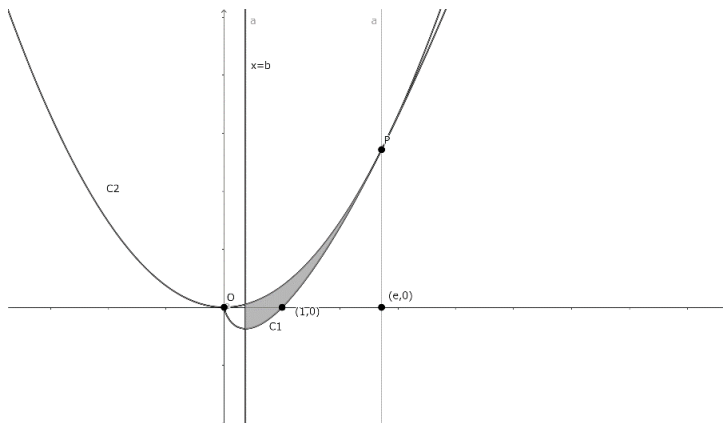
(2) 10点

①, ②...2点×2

$t = e$  ...3点

$a = \frac{1}{e}$  ...3点

(3) 11点



求める面積を,  $S$  とすると,

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{\frac{1}{e}}^e \left( \frac{1}{e}x^2 - x \log x \right) dx \\
 &= \frac{1}{e} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{\frac{1}{e}}^e - \left( \left[ \frac{x^2}{2} \cdot \log x \right]_{\frac{1}{e}}^e - \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx \right) \\
 &= \frac{1}{e} \left( \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3e^3} \right) - \left( \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2e^2} \right) + \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{x}{2} dx \\
 &= -\frac{e^2}{6} - \frac{1}{3e^4} - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2e^2} + \left[ \frac{x^2}{4} \right]_{\frac{1}{e}}^e \\
 &= -\frac{e^2}{6} - \frac{1}{3e^4} - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2e^2} + \frac{e^2}{4} - \frac{1}{4e^2} \\
 &= \frac{e^2}{12} - \frac{3}{4e^2} - \frac{1}{3e^4} \quad \dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

関数の上下関係を  
把握できていて

…3点

$S$  の立式に…3点

答…5点

(答が正しくない場  
合、部分積分ができ  
ていれば2点)

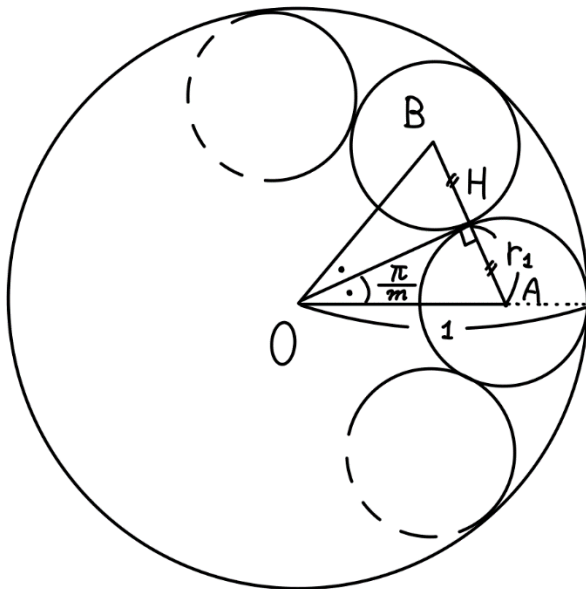


#### 4. (30点)

##### 【解答・採点基準】

(1)

$C_1, D_{1,1}, D_{1,2}, \dots, D_{1,m}$ , そして  $C_2$  の概略図を以下に示す。点  $O$  を  $C_1$  の中心とし,  $D_{1,1}, D_{1,2}, \dots, D_{1,m}$  のうち隣り合った2つの円のそれぞれの中心を  $A$  および  $B$  とする。また, 線分  $AB$  の中点を  $H$  とすると, 三角形  $OAB$  は  $OA = OB$  の二等辺三角形であり,  $OH$  は  $AB$  と直交し, さらに  $\angle AOB$  の二等分線である。



まず,  $r_1$  を求める。

$\angle AOB = \frac{2\pi}{m}$  であるので,  $\angle AOH = \frac{\pi}{m}$  である。ここで, 直角三角形

$AOH$  に対して三角比を用いると,

(1) 8点

$$\angle AOH = \frac{\pi}{m}$$

••2点

$$\begin{aligned} \sin \angle AOH &= \frac{AH}{OA} \\ \Leftrightarrow \sin \left( \frac{\pi}{m} \right) &= \frac{r_1}{1-r_1} \\ \Leftrightarrow r_1 &= \frac{\sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)} \end{aligned}$$

$r_1$ ・・・2点

である。 $C_2$  の半径を  $R$  とすると、 $R=1-2r_1$  であるので、

$$(C_2 \text{の半径}) = R = 1 - \frac{2 \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)} = \frac{1 - \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)} \quad \dots(\text{答})$$

$R$ ・・・2点

である。

ここで、自然数  $n$  に対して  $m+1$  個の円  $C_n, D_{n,1}, D_{n,2}, D_{n,3}, \dots, D_{n,m}$  からなる図形を  $F_n$  とする。 $F_1$  と  $F_2$  は相似であり、相似比は  $(C_1 \text{の半径}) : (C_2 \text{の半径}) = 1 : R$  である。よって、

$$r_2 = R \cdot r_1 = \frac{1 - \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)} \cdot \frac{\sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)} = \frac{\sin \left( \frac{\pi}{m} \right) \left\{ 1 - \sin \left( \frac{\pi}{m} \right) \right\}}{\left\{ 1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right) \right\}^2}$$

$r_2$ ・・・2点

である。

(2)

(2) 8点

(1)と同様に考えると、 $F_n$  と  $F_{n+1}$  は相似であり、その相似比は  $1 : R$  であるから、 $r_{n+1} = R \cdot r_n$  である。

相似比に・・・3点

漸化式に・・・3点

よって、数列  $\{r_n\}$  は初項  $r_1 = \frac{\sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}$ 、公比  $R = \frac{1 - \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}{1 + \sin \left( \frac{\pi}{m} \right)}$

の等比数列である。

ゆえに数列  $\{r_n\}$  の一般項は、

$$r_n = r_1 \cdot (R)^{n-1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \cdot \left\{ \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^{n-1} \quad \dots(\text{答})$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \right\}^{n-1}}{\left\{ 1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \right\}^n}$$

である。

(3)

$m$  個の円  $D_{n,1}, D_{n,2}, D_{n,3}, \dots, D_{n,m}$  はすべて合同であるので、

$$S_n = m \cdot \pi (r_n)^2$$

$$= m\pi \cdot \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2 \left[ \left\{ \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2 \right]^n$$

よって、 $f(m) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n$  は、初項  $S_1 = m\pi \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2$ ,

公比  $\left\{ \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2$  の無限等比級数である。ここで、

$$0 < \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} < 1 \quad \text{より} \quad 0 < \left\{ \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2 < 1$$

であるから、無限等比級数は収束し、その値は、

答・2点

(3) 8点

$S_n$  ・3点

公比の絶対値が  
1未満であるこ  
とに

・2点

$$f(m) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{m\pi \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2}{1 - \left\{ \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right\}^2} = \frac{m\pi \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \right\}^2}{\left\{ 1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \right\}^2 - \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \right\}^2}$$

$$= \frac{m\pi \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{4}$$

(答)

となる。

(4)

(3)より,

$$f(m) = \frac{m\pi \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{4} = \frac{m\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{m} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\left(\frac{\pi}{m}\right)} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\left(\frac{\pi}{m}\right)}$$

と変形できる。 $m \rightarrow \infty$ のとき  $\frac{\pi}{m} \rightarrow 0$ なので、 $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\left(\frac{\pi}{m}\right)} = 1$  とな

る。ゆえに,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} f(m) = \frac{\pi^2}{4} \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\left(\frac{\pi}{m}\right)} = \frac{\pi^2}{4} \quad \dots(\text{答})$$

となる。

答・・・3点

(4) 6点

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$   
 を利用する方針  
 に・・・3点

答・・・3点

## 5. (30点)

### 【解答・採点基準】

(1)

$f'(x) = 2x$ であるから、点 $(a_n, f(a_n))$ における接線の方程式は、

$$y = 2a_n(x - a_n) + (a_n^2 - 7)$$

$$\therefore y = 2a_nx - a_n^2 - 7$$

である。この接線と $x$ 軸の交点の $x$ 座標が $a_{n+1}$ であるから、

$$0 = 2a_na_{n+1} - a_n^2 - 7$$

$$\therefore 2a_na_{n+1} = a_n^2 + 7$$

ここで $a_n = 0$ と仮定すると、 $0 = 7$ となり矛盾する。したがって $a_n \neq 0$ であるから、

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 7}{2a_n} \dots\dots\dots (\text{答})$$

となる。

(2)

自然数 $n$ に関する数学的帰納法によって $a_n > \sqrt{7}$ であることを示す。

[I]  $n = 1$ のとき、

$$a_1 = 3 > \sqrt{7} \text{より、} a_n - \sqrt{7} > 0 \text{は成立する。}$$

[II]  $n = k(k = 1, 2, 3, \dots)$ のとき、

$a_k > \sqrt{7}$ が成り立つと仮定する。(1)の結果において $n = k$ とし

て、

$$a_{k+1} = \frac{a_k^2 + 7}{2a_k}$$

となる。よって、

$$a_{k+1} - \sqrt{7} = \frac{a_k^2 + 7}{2a_k} - \sqrt{7}$$

$$= \frac{a_k^2 - 2\sqrt{7}a_k + 7}{2a_k}$$

(1) 7点

接線の方程式・・・3点

$a_n \neq 0$ ・・・2点

答・・・2点

(2) 7点

数学的帰納法を用  
いる方針・・・2点

$$= \frac{(a_k - \sqrt{7})^2}{2a_k}$$

$$> 0$$

である。すなわち、 $a_{k+1} - \sqrt{7} > 0$ が成り立つ。

したがって、 $n = k + 1$ のときも $a_n - \sqrt{7} > 0$ は成立する。

[I], [II]より、自然数 $n$ に対して、 $a_n - \sqrt{7} > 0$ であることが示された。(証明終)

(2)[別解]

自然数 $n$ に関する数学的帰納法によって $a_n - \sqrt{7} > 0$ であることを示す。

[I]  $n = 1$ のとき、

$$a_1 = 3 > \sqrt{7} \text{より、} a_n - \sqrt{7} > 0 \text{は成立する。}$$

[II]  $n = k (k = 1, 2, 3, \dots)$ のとき、

$a_k > \sqrt{7}$ が成り立つと仮定する。(1)の結果において $n = k$ として、

$$a_{k+1} = \frac{1}{2} \left( a_k + \frac{7}{a_k} \right)$$

となる。 $a_k > 0$ より、相加・相乗平均の不等式を用いると、

$$a_{k+1} \geq \sqrt{a_k \cdot \frac{7}{a_k}} = \sqrt{7}$$

である。等号成立条件は $a_k = \frac{7}{a_k}$ かつ $a_k > \sqrt{7}$ であるが、この条件をみたす $a_k$ は存在しない。したがって、不等式の等号は成立せず、 $a_{k+1} - \sqrt{7} > 0$ が成り立つ。

[I], [II]より、自然数 $n$ に対して、 $a_n - \sqrt{7} > 0$ であることが示された。(証明終)

$n = k + 1$ での成立を示す…4点

証明完了…1点

(2)[別解] 7点

数学的帰納法を用いる方針…2点

$$a_{k+1} \geq \sqrt{7} \dots 2 \text{点}$$

等号成立しないことに…2点

証明完了…1点

(3)

$\frac{1}{a_n} - \frac{1}{\sqrt{7}} > 0$ と(1)の結果より,

$$\begin{aligned}
a_{n+1} - \sqrt{7} &= \frac{a_n^2 + 7}{2a_n} - \sqrt{7} \\
&= \frac{1}{2}(a_n - \sqrt{7}) + \frac{7}{2}\left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{\sqrt{7}}\right) \\
&< \frac{1}{2}(a_n - \sqrt{7})
\end{aligned}$$

である。(証明終)

(4)

(2)の結果および, (3)で得られた不等式を繰り返し用いることで,

$$0 < a_n - \sqrt{7} < \frac{1}{2}(a_{n-1} - \sqrt{7}) < \left(\frac{1}{2}\right)^2 (a_{n-2} - \sqrt{7}) < \dots < \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (a_1 - \sqrt{7}) = \frac{3 - \sqrt{7}}{2^{n-1}}$$

$$\therefore 0 < a_n - \sqrt{7} < \frac{3 - \sqrt{7}}{2^{n-1}}$$

となる。ただし,  $n \geq 2$ のときに成立する。 $n \rightarrow \infty$ のとき $\frac{3 - \sqrt{7}}{2^{n-1}} \rightarrow 0$ であ

るから, はさみうちの原理より,

$$\begin{aligned}
\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - \sqrt{7}) &= 0 \\
\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \sqrt{7} \dots \dots \dots (\text{答}) \\
&\text{となる。}
\end{aligned}$$

(3) 7点

$a_{n+1} - \sqrt{7}$  を  $a_n$  を用いて表す方針...3点

証明完了...4点

(4) 9点

繰り返し用いる方針に...3点

$$0 < a_n - \sqrt{7} < \frac{3 - \sqrt{7}}{2^{n-1}}$$

...3点

答...3点