第 4 回 11 月難関大本番レベル記述模試　（2018 年 11 月 23 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（40 満点）

（1）（配点 12 点）

（ア）　4 点

（イ）　4 点

（ウ）　4 点

（2）（配点 13 点）

（ア）　4 点

（イ）　6 点

（ウ）　3 点

（3）（配点 15 点）

（ア）　6 点(各 3 点)

（イ）　5 点

（ウ）　4 点

第 2 問（30 点満点）

（1）（配点 9 点）

- $S_1 \leqq S_2$ が成り立つことが条件であることを述べて 3 点
- すべての自然数 n に対して成り立つことを述べて 3 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 6 点）

- b_1, b_2, b_3 をそれぞれ a で表して 3 点
- 等差数列にならないことを述べて 3 点

（3）（配点 15 点）

- 3 で割った余りで a の値を場合分けする方針を立てて 3 点
- 場合分けしたそれぞれについて，b_1, b_2, b_3 が等差数列になるかどうかを示して 9 点（各 3 点）
- 答えに 3 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 12 点）

- $\mathrm{BC}=a,\ \mathrm{CA}=b,\ \mathrm{AB}=c$，$\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の半径を R とおき，正弦定理と余弦定理を用い，$\sin A,\ \sin C,\ \cos B$ をそれぞれ $a,\ b,\ c,\ R$ で表して 3 点(各 1 点)
- $\mathrm{CA}=\mathrm{AB}$ を導いて 3 点
- 面積に関する条件式を導いて 2 点
- 答えに 4 点(各 2 点)

（2）（配点 10 点）

- $\angle\mathrm{APB},\ \angle\mathrm{APC}$ をそれぞれ求めて 2 点(各 1 点)
- $\mathrm{BP}=y,\ \mathrm{CP}=z$ とおいたとき，$\triangle\mathrm{APB},\ \triangle\mathrm{APC}$ に余弦定理を適用し，$x, y,\ z$ の関係式を導いて 4 点
- 考え方と答えに 4 点

（3）（配点 8 点）

- $\triangle\mathrm{BPC}$ に余弦定理を用い，y, z の関係式を導いて 4 点
- 答えに 4 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（60 満点）

（1）（配点 19 点）

（ア） 7 点

（イ） 6 点

（ウ） 6 点

（2）（配点 20 点）

（ア） 8 点

（イ） 6 点

（ウ） 6 点

（3）（配点 21 点）

（ア） 8 点(各 4 点)

（イ） 7 点

（ウ） 6 点

第 2 問（30 点満点）

（1）（配点 8 点）

- 答えに 8 点(各 4 点)

（2）（配点 22 点）

- $M=11m$ (m は自然数) とおき，N, m, x の関係式を導いて 8 点
- $N=11n$ (n は自然数) とおき，x, y をそれぞれ m, n で表して 8 点
- 証明できて 6 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 9 点）

- $S_1 \leqq S_2$ が成り立つことが条件であることを述べて 3 点
- すべての自然数 n に対して成り立つことを述べて 3 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 6 点）

- b_1, b_2, b_3 をそれぞれ a で表して 3 点
- 等差数列にならないことを述べて 3 点

（3）（配点 15 点）

- 3 で割った余りで a の値を場合分けする方針を立てて 3 点
- 場合分けしたそれぞれについて，b_1, b_2, b_3 が等差数列になるかどうかを示して 9 点（各 3 点）
- 答えに 3 点

第 4 問（40 点満点）

（1）（配点 16 点）

- BC＝a, CA＝b, AB＝c，△ABC の外接円の半径を R とおき，正弦定理と余弦定理を用い，$\sin A$, $\sin C$, $\cos B$ をそれぞれ a, b, c, R で表して 6 点(各 2 点)
- CA＝AB を導いて 4 点
- 面積に関する条件式を導いて 2 点
- 答えに 4 点(各 2 点)

（2）（配点 14 点）

- ∠APB, ∠APC をそれぞれ求めて 4 点(各 2 点)
- BP＝y, CP＝z とおいたとき，△APB, △APC に余弦定理を適用し，x, y, z の関係式を導いて 6 点
- 考え方と答えに 4 点

（3）（配点 10 点）

- △BPC に余弦定理を用い，y, z の関係式を導いて 5 点
- 答えに 5 点

第 5 問（40 点満点）

- $g(x)=x(x-3)^2$ とおき，$g'(x)\geqq 0$ $(0\leqq x\leqq 1)$ を示して 6 点
- $0\leqq a\leqq 4$ のとき，$g(x)=a$ はただ 1 つの実数解をもつことを述べて 3 点
- 解を t とおき，$f(a)$ を絶対値を外した積分式で表して 5 点
- $f(a)$ を t の式で表して 6 点
- $f(a)=F(t)$ とおき，$F'(t)$ を導き，$F(t)$ の増減表を示して 10 点
- 答えに 10 点(各 5 点)

第 6 問（40 点満点）

（1）（配点 20 点）

- 与式$\left(\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}\right)$の両辺の偏角をとって，∠BAC＝∠CBA を示して 4 点
- 与式の絶対値をとって，$\mathrm{AB}^2=\mathrm{CA}\cdot\mathrm{CB}$ を導いて 8 点
- 証明できて 8 点

（2）（配点 20 点）

- α, β, γ のうち少なくとも 1 つは虚数となることを述べ，α を実数，β, γ を虚数で $\gamma=\overline{\beta}$ と設定して 4 点
- 解と係数の関係より，α, β, γ の関係式を示して 6 点(各 2 点)
- △ABC は正三角形であることから、$w=\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3}$ とおくと，α, β, γ, w, k の関係式を導いて 6 点
- 考え方と答えに 4 点

第 7 問（40 点満点）

（1）（配点 8 点）

- 曲線の式を y の 2 次方程式としてその判別式を D とし，x の条件式を導いて 4 点
- 考え方と答えに 4 点

（2）（配点 18 点）

- y を x の式で表して 6 点
- 面積を求める積分式 $\left(S=\int_0^1 2x\sqrt{1-x}\,dx\right)$ を立式できて 4 点
- 積分式を正しく置換できて 4 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 14 点）

- 体積を求める積分式 $\left(V=4\pi\int_0^1 x^2\sqrt{1-x}\,dx\right)$ を立式できて 8 点
- 途中の計算と答えに 6 点