

# 2023年 第2回東大本番レベル模試・地学

## 解答・解説・採点基準

全3問 75分 60点満点

### 第1問 (20点)

#### 【解答・採点基準】

問1

(1)

散開星団はヘリウムより重い元素を多く含む種族Ⅰの恒星からなるが、球状星団は種族Ⅰよりも重い元素の少ない種族Ⅱの恒星からなる。

(2)

(a)

主系列星 A

$$4.8 - 2.5 \log_{10} 2^{3.5} = 4.8 - 2.5 \times 3.5 \log_{10} 2 = 2.17 \dots \doteq 2$$

主系列星 B

$$4.8 - 2.5 \log_{10} \left( \frac{1}{4} \right)^{3.5} = 4.8 + 2.5 \times 3.5 \times 2 \log_{10} 2 = 10.0 \dots \\ \doteq 1 \times 10$$

(b)

散開星団

$$2 \text{ 太陽質量} \times 10^{(0.4 \times (2.2 + 5.3))} = 2 \times 10^3 \text{ 太陽質量}$$

球状星団

$$\frac{1}{4} \text{ 太陽質量} \times 10^{(0.4 \times (10 + 7.5))} \doteq 3 \times 10^6 \text{ 太陽質量}$$

(3)

(a)

$$r \doteq 1.7 \times 10^4 \times 1.2 \times 10^2 \text{ 天文単位}$$

$$= 2.0 \dots \times 10^6 \text{ 天文単位}$$

$$\doteq 2 \times 10^6 \text{ 天文単位}$$

問1 10点

(1) 2点

\* 散開星団は重元素を多く含む種族Ⅰからなることに1点。

\* 球状星団は重元素が少ない種族Ⅱからなることに1点。

(2) 4点

(a) 2点

\* 主系列星Aの正しい答えに1点。

\* 主系列星Bの正しい答えに1点。

(b) 2点

\* 散開星団の正しい答えに1点。

\* 球状星団の正しい答えに1点。

(3) 2点

(a) 1点

\* 正しい答えに1点。

(b)

$$0.02 \times \frac{5r\sigma^2}{G} = 0.02 \times \frac{5 \times 2 \times 10^6 \times 1.5 \times 10^{11} \times (3 \times 10^3)^2}{6.7 \times 10^{-11}} \text{ kg}$$

$$\doteq 2.0 \times 10^3 \text{ 太陽質量}$$

よって,  $2 \times 10^3$  太陽質量

(4)

分子雲 C から形成されると考えられる恒星の総質量は散開星団の質量に近く, 球状星団の質量よりも  $10^3$  倍程度小さい。よって, 分子雲 C のような分子雲から形成されるのは散開星団であると考えられる。

問 2

(1)

(b) 1 点

\*正しい答えに 1 点。

(4) 2 点

\*分子雲 C のような分子雲から形成されるのは散開星団であることに 1 点。

\*その正しい理由に 1 点。

問 2 10 点

(1) 6 点

(a)

恒星 X の中心を  $O$ 、惑星  $Y_1$  の中心を  $O_1$  とおく。また、地球から見たときの視線方向と平行で  $O$  を通る直線に  $O_1$  から下した垂線の足を  $H$  とする(図 1-A(右) 参照)。惑星  $Y_1$  が恒星面に突入する瞬間の、観測者-恒星 X-惑星  $Y_1$  の成す角度  $\frac{t_T}{P_1}\pi$  と、惑星  $Y_1$  が恒星面に完全に入った直後の、観測者-恒星 X-惑星  $Y_1$  の成す角度  $\frac{t_F}{P_1}\pi$  がそれぞれ  $k, a, R$  とどのような関係になっているのか幾何学的に考察する。

まず、 $\sin\left(\frac{t_T}{P_1}\pi\right)$  を求める。

$$\sin\left(\frac{t_T}{P_1}\pi\right) = \frac{O_1H}{OO_1}$$

であることと、

$$O_1H = (1+k)R, \quad OO_1 = a$$

であることより、

$$\sin\left(\frac{t_T}{P_1}\pi\right) = \frac{(1+k)R}{a} \quad \dots\textcircled{1}$$

となる。次に  $\sin\left(\frac{t_F}{P_1}\pi\right)$  を求める。これは図 1-A(左)の  $O_1H$  を  $(1+k)R$  から  $(1-k)R$  に置き換えればよいので、

$$\sin\left(\frac{t_F}{P_1}\pi\right) = \frac{(1-k)R}{a} \quad \dots\textcircled{2}$$

となる(図 1-B 参照)。

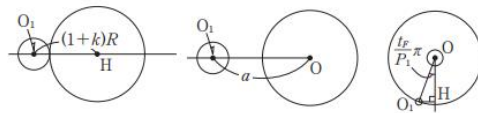


図 1-A (左) 惑星系を地球から見た図  
(中) 惑星系を線分  $OO_1$  に垂直な方向から見た図  
(右) 惑星系を軌道面と垂直に見た図

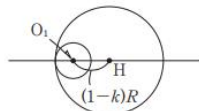


図 1-B 惑星  $Y_1$  が恒星面に完全に入った直後の惑星系を地球から見た図

(a) 2 点

\*  $\sin\left(\frac{t_T}{P_1}\pi\right) = \frac{(1+k)R}{a}$  の証明  
が正しくて 1 点。

\*  $\sin\left(\frac{t_F}{P_1}\pi\right) = \frac{(1-k)R}{a}$  の証明  
が正しくて 1 点。

(b)

①式, ②式に問題文中に与えられた近似を施して,

$$\frac{t_T}{P_1} \pi = \frac{(1+k)R}{a} \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{t_F}{P_1} \pi = \frac{(1-k)R}{a} \quad \dots \textcircled{4}$$

③式, ④式を足し合わせて整理し,

$$\frac{R}{a} = \frac{\pi}{2P_1} (t_T + t_F)$$

を得る。

(c)

(b)で求めた式を整理すると,

$$\frac{a}{R} = \frac{2P_1}{\pi(t_T + t_F)}$$

となる。恒星の密度  $\rho$  は,

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

で与えられるので, ケプラーの第三法則と, 上で求めた

$\frac{a}{R}$  を代入して整理して,

$$\rho = \left(\frac{a}{R}\right)^3 \frac{3\pi}{GP_1^2} = \frac{24P_1}{G\pi^2(t_T + t_F)^3}$$

と求まる。

(d)

光度曲線より,

$$t_T = 0.5 \times 3600 \text{ s}, t_F = 0.3 \times 3600 \text{ s}, P_1 = 8.0 \times 3600 \text{ s}$$

であるため, これらを(c)で求めた式に代入して,

$$4 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 \text{ と求まる。}$$

(2)

(a)

求める公転周期を  $P_2$  とする。惑星  $Y_2$  に関する  $t_T, t_F$  をそれぞれ  $t_T', t_F'$  と表すと, (1)より,

$$P_2 = \frac{\rho G \pi^2 (t_T' + t_F')^3}{24}$$

と書ける。光度曲線から  $t_T' = 1.6 \times 3600 \text{ s}, t_F' = 0.8 \times 3600 \text{ s}$  を読み取って代入することで  $2 \times 10^2$  時間と求まる。

(b)

惑星  $Y_2$  が近点でトランジットしていた場合, トランジットの光度曲線から観測された公転速度は  $Y_2$  の公転速度の最大値である。そのため, 惑星  $Y_2$  の平均公転速度は前問(a)で求めたものよりも小さくなるので, 周期は長くなる。

(b) 1点

\*正しく証明して1点。

(c) 2点

\*答えに2点。

(b) 1点

\*答えに1点。ただし,  $5 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$  も許容。

(2) 4点

(a) 2点

\*正しい立式に1点。

\*答えに1点。

(b) 2点

\*「周期が長くなる」という内容に1点。

\*周期が長くなる理由を正しく説明して1点。

## 第2問 (20点)

### 【解答・採点基準】

問1

(1)

(a)

絶対不安定

(b)

低下する

理由: 地表から赤外線が放射されることで地表面温度は下がり, 温度の下がった地表面によって地点 X の空気も冷却されるから。

(c)

$$293 \text{ [K]} + 10 \text{ [K/km]} \times 1.5 \text{ [km]} \\ + \frac{17.2 \text{ [g/m}^3\text{]} \times 0.50 \times 2.3 \times 10^3 \text{ [J/g]}}{1.0 \times 10^3 \text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]} \times 1.2 \text{ [kg/m}^3\text{]}} \doteq 324.4 \text{ [K]}$$

より, 整数値で考えて答えは 324 K

(d)

(i) オホーツク海 (ii) 北から南 (iii) 湿舌

(2)

(a)

台風は水蒸気からの潜熱をエネルギー源とするが, 上陸することによって海水からの水蒸気の供給が絶たれるため。

(b)

8月5日

理由: アンサンブルメンバーごとの予測位置のばらつきは, 9日に比べて5日の方が小さいから。

問2

(1)

月は地球の周りを地球の自転と同方向に公転しているため, 月が地球上で同経度の位置に再び戻るまでにかかる時間は1日より長いから。

(2)

問1 10点

(1) 7点

(a) 1点

\*正答に1点。

(b) 2点

\*「低下する」を選択して1点。

\*理由については「低下する」をせんとくしたもののみ採点対象とし, 「放射冷却によって地表面温度が下がる」ことに触れて1点。

(c) 2点

\*立式に1点。

\*正答に1点。

(d) 2点

\* (i)~(iii)のうち3つ全て正解で2点。2つ正解で1点。正解が1つ以下の場合には得点を与えない。

(2) 3点

(a) 2点

\*「台風のエネルギー源が潜熱である」ことに触れて1点。

\*「上陸によって水蒸気の補給が絶たれる」ことに触れて1点。

(b) 1点

\*8月5日を選択し, 正しい理由を書いて1点。

問2 10点

(1) 1点

\*地球の自転と同じ方向に月が自転していることに1点。

(2) 1点

潮流を引き起こす起潮力は海洋深部まではたらくが、風成海流を引き起こす風応力は海洋表層にしかはたらかないため。

(3)

(a)

$$g_{m,e} = \frac{Gm_m}{R_{em}^2}$$

(b)

$$g_{m,A} = \frac{Gm_m}{R_{em}^2 - 2R_{em}r_e \cos\theta + r_e^2}$$

(c)

(a), (b)の結果を  $F_{m,A} = g_{m,A} - g_{m,e}$  に代入し整理すると、

$$\begin{aligned} F_{m,A} &= g_{m,A} - g_{m,e} \\ &= \frac{Gm_m}{R_{em}^2 - 2R_{em}r_e \cos\theta + r_e^2} - \frac{Gm_m}{R_{em}^2} \\ &\doteq \frac{Gm_m}{(R_{em} - r_e \cos\theta)^2} - \frac{Gm_m}{R_{em}^2} \\ &= \frac{Gm_m}{R_{em}^2} \left( \left(1 - \frac{r_e}{R_{em}} \cos\theta\right)^{-2} - 1 \right) \\ &\doteq \frac{Gm_m}{R_{em}^2} \left( 1 + 2\frac{r_e}{R_{em}} \cos\theta - 1 \right) \\ &= \frac{2Gm_m r_e \cos\theta}{R_{em}^3} \\ &= 2Gm_m r_e R_{em}^{-3} \cos\theta \end{aligned}$$

となるため、 $F_{m,A}$  が  $R_{em}^{-3}$  に比例する力として表されることが示された。

(d)

大潮 月、太陽、地球が一直線上に並ぶような位置関係となっている。

小潮 月と地球および太陽と地球を結ぶ直線のなす角が直角である位置関係となっている。

(e)

0.44

(4)

台風などにより海面気圧が周囲の海面より下がると、気圧の低下に伴う下向きの力の減少を、ジオイドより海面が高くなる ことにより生じる下向きの力で補おうとする。そのため、気圧の低い場所の海面が上昇するような変化が生じる。

\*潮流は海洋深部まで力が及ぶこと、風成循環は海洋表層しか力が及んでいないことに起因していることの両方を書いて 1 点。

(3) 6 点

(a) 1 点

\*正しい答えに 1 点。

(b) 1 点

\*正しい答えに 1 点。

(c) 2 点

$$* \frac{Gm_m}{R_{em}^2} \left( \left(1 - \frac{r_e}{R_{em}} \cos\theta\right)^{-2} - 1 \right) \text{ ま}$$

で変形できて 1 点。

\*最後まで計算して正しい答えを求めて 1 点。

(d) 1 点

\*大潮、小潮の際にそれぞれの太陽、地球、月の位置関係を求めて 1 点。

(e) 1 点

\*正しい答えに 1 点。

(4) 2 点

\*台風によって気圧が下がることに 1 点。

\*海面が上昇することに 1 点。

### 第3問 (20点)

#### 【解答・採点基準】

問1

(1)

(a)



(b)

斜長石, かんらん石, 輝石の割合(質量%)をそれぞれ  $x, y, z$  [%]とおくと, MgO と FeO に着目して,

$$22.6 \frac{y}{100} + 12.7 \frac{z}{100} = 2.4$$

$$38.0 \frac{y}{100} + 17.0 \frac{z}{100} = 3.6$$

となるため, これを解くと下記のとおりとなる。

$$y = 5.0, z = 10$$

よって,

$$x = 85, y = 5.0, z = 10$$

であり, 斜長石, かんらん石, 輝石の質量%はそれぞれ 85%, 5.0%, 10%となる。

(c)

隕石などの衝突による破砕のため, 月の高地地殻を構成する岩石には空隙が多く, その密度は斜長岩の密度より小さくなり, またその空隙は圧力により深部ほど少なくなっていると考えられるから。

(2)

(a)

鉱物: 斜長石(例)

割合が変わる主要な2つの元素: Ca, Na (例)

問1 10点

(1) 4点

(a) 1点

\*正答( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )に1点。

(b) 1点

\*連立方程式の立式と正答

( $x = 85, y = 5.0, z = 10$ )が両方正

しくて1点。ただし,

$x + y + z = 100$  と組み合わせて連立方程式として解けるならほかの物質に関して立式してもよい。例えば,  $\text{SiO}_2$  について

$$43.6 \frac{x}{100} + 39.0 \frac{y}{100} + 49.9 \frac{z}{100} = 44.0$$

など未知数を%単位でなく

$0 < x, y, z < 1$  と定義しているような等価式でも可。ただし, この場合最後の答えは%単位に直していなければならない。

(c) 2点

\*密度が低い理由(破砕のために空隙があること)に1点。

\*深部ほど密度が高い理由(深部では圧力のため空隙が少ないこと)に1点。

(2) 6点

(a) 1点

\*鉱物と元素の2つの組み合わせに1点。

正答の例: 斜長石, Ca, Na / 黒雲母, Mg, Fe / 角閃石, Mg, Fe / 輝石, Mg, Fe など。他にも別解はありうるので注意。

(b)

上部マントルのかんらん岩の Mg# が 0.90 であることから、

$$\frac{X_{\text{Fe}}^{\text{S}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{S}}} = \frac{1}{9}$$

である。次に、

$$\frac{\frac{X_{\text{Fe}}^{\text{S}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{S}}}}{\frac{X_{\text{Fe}}^{\text{L}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{L}}}} = 0.30$$

の関係より、

$$\frac{X_{\text{Fe}}^{\text{L}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{L}}} = \frac{10}{3} \frac{X_{\text{Fe}}^{\text{S}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{S}}} = \frac{10}{27}$$

と表される。よって求める Mg# の値は下記のとおりである。

$$\text{Mg\#} = \frac{X_{\text{Mg}}^{\text{L}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{L}} + X_{\text{Fe}}^{\text{L}}} = \frac{1}{1 + \frac{X_{\text{Fe}}^{\text{L}}}{X_{\text{Mg}}^{\text{L}}}} = \frac{1}{1 + \frac{10}{27}} = \frac{27}{37} \doteq 0.73$$

(c)

(b)の結果と、晶出したかんらん石の Mg# が 0.90 であるという仮定から、

かんらん石晶出前のマグマ  $X_{\text{Mg}} : X_{\text{Fe}} = 27 : 10$

晶出したかんらん石  $X_{\text{Mg}} : X_{\text{Fe}} = 9 : 1$

であり、物質質量にして 30% がかんらん石として晶出したことから、かんらん石晶出後のマグマについて、

$$\frac{X_{\text{Fe}}}{X_{\text{Mg}}} = \frac{\frac{10}{37} - \frac{1}{10} \times 0.3}{\frac{27}{37} - \frac{9}{10} \times 0.3} = \frac{127}{243}$$

となる。よって求める Mg# の値は下記のとおりである。

$$\text{Mg\#} = \frac{243}{243 + 127} \doteq 0.66$$

(d)

(b), (c) で示されたように、マグマの結晶分化作用が進むと Mg# の値が小さくなる。よって、月の裏側は結晶分化作用が進んでいない頃に形成され、表側は結晶分化作用が進んだ頃に形成されたと考えられるため、表側より裏側の地殻の方が先に形成されたと考えられる。

問 2

(b) 1 点

\*変形の過程と答え (Mg# = 0.73) が両方正しくて 1 点。

(c) 2 点

\*かんらん石が晶出した後のマグマについて、

$$\frac{X_{\text{Fe}}}{X_{\text{Mg}}} = \frac{\frac{10}{37} - \frac{1}{10} \times 0.3}{\frac{27}{37} - \frac{9}{10} \times 0.3} \text{ またはこれ}$$

と等価が成り立つことに 1 点。

\*正答 (Mg# = 0.66) に 1 点。

(d) 2 点

\*正しい根拠 (結晶分化作用が進むと Mg# が低下すること) に 1 点。

\*正しい結論 (表側の方が裏側より先に形成されたこと) に 1 点。

問 2 10 点



- (1)  
 岩石 P 露頭: h 岩石名: 結晶質石灰岩(大理石)  
 岩石 Q 露頭: d 岩石名: 砂岩  
 岩石 R 露頭: f 岩石名: 安山岩
- (2)  
 向斜  
 理由 D層とE層の境界の傾斜方向を考えると、西側の山の西側斜面では東に向かって傾斜しているが、地点アより東側では西に向かって傾斜しているため。  
 (E層とF層の境界を考えても可。)
- (3)  
 逆断層  
 走向 N-S 傾斜 45°E
- (4)  
 断層 z-z'の活動によって断層付近の岩石が破壊されてできた破碎帯は周囲の岩石よりももろいため風化が起こりやすく、周囲より標高の低い鞍部が形成された。
- (5)  
 C層は不整合上部の基底礫岩にあたり、礫自体はC層が堆積するより前に形成された岩石からなる。そのため、C層は白亜紀後期に堆積したとは言えない。
- (6)  
 古生代～中生代にかけて G・D・E・F層がこの順番に堆積し、東西に圧縮の力を受けてこれらの地層が褶曲した。その後白亜紀に火山岩脈 X が貫入した。次に、この地域一帯の隆起または海水準の低下により地層が陸上に露出し風化を受け、再び海の下に沈むことで不整合を形成した。不整合面上部には基底礫岩となる C層が堆積し、その後 B・A層が堆積した。少なくとも B層が堆積した後に断層 z-z'の形成と深成岩 Y の貫入が起こったが、これらの前後関係は不明である。

- (1) 2点  
 \*完答して2点。
- (2) 2点  
 \*向斜と分かって1点。  
 \*正しい理由に1点。
- (3) 2点  
 \*逆断層に1点。  
 \*走向・傾斜がどちらも正しくて1点。
- (4) 1点  
 \*断層の活動に触れかつ風化について触れて1点。ただし、破碎帯について記述がない場合は得点を与えない。
- (5) 1点  
 \*C層は白亜紀後期に堆積したとは言えないこととその正しい理由に1点。
- (6) 2点  
 \*①古生代から中生代にかけて G層 → D層 → E層 → F層の順に堆積し、その後に水平方向に圧縮される力を受けて褶曲した。  
 ②火山岩脈 X が貫入した。  
 ③この地域一帯の隆起または海水準の低下により地層が陸上に露出して風化、侵食を受け、再び海の下に沈むことで不整合を形成した。  
 ④不整合上に C層, B層が堆積した。  
 ⑤互断層 z-z'と深成岩体 Y が貫入し、その後、A層が堆積した。  
 上記の①～⑤の5つの要素で採点。不足している要素1つにつき1点減点。最大2点まで減点。