

数 学

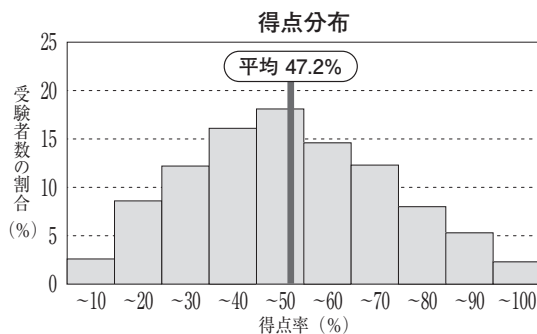
数学Ⅰ・Aは基礎の完全定着、数学Ⅱ・Bは計算力強化を

I. 全体講評

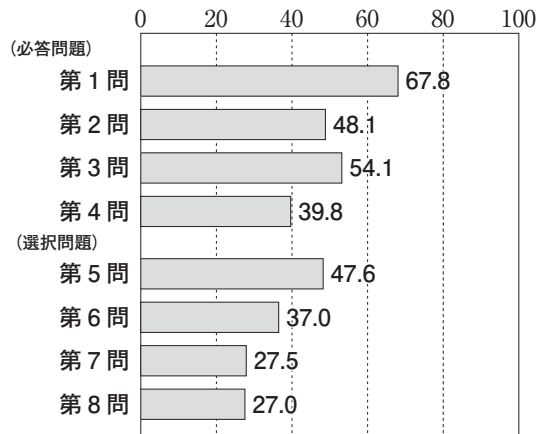
第3回11月高2レベルマーク模試の出来はどうだっただろうか。2020年1月センター試験までの約14か月間から逆算し、計画的に学習を進めていく必要がある。模試は、真剣に受験することは当然のこととして、自分の課題や弱点を明確にし、それらを一つ一つ克服するように使っていくことで極めて高い効果が得られるものである。今回の模試を十分に活かし、第4回3月高2レベル記述模試(19年3月10日(日))も合わせて学習のペースメーカーとして活用してもらいたい。

今回の第3回11月高2レベルマーク模試数学は、平均94.3点(200点満点)で得点分布は以下のようである。

この講評集では、今回の結果の分析データをもとにして、ポイントとなる設問ごとに、学習アドバイスを掲載している。今回の模試の結果に一喜一憂するのではなく、自分がどこが出来て、どこでつまづいたのか、はっきり区別を付けながらこの講評を読んで欲しい。さらに合格指導解説授業で、今後の学習の指針を学ぼう。これらを合わせることで、自分の学習プランに合った学習の仕方についてのヒントが得られるはずだ。



大問別得点率 (%)



II. 大問別分析

第1問 数と式、集合と命題 (35点)

さまざまな計算方法を見ていくことで、式の見方の視野を上げよう。

[1]は式の計算がテーマの問題、[2]は集合の共通部分と和集合、命題の反例、必要条件・十分条件の判定に関する問題である。平均点は23.7点(得点率67.8%)であった。

[1]設問ア～ケは、式の値を求める問題。設問ア～オは、設問カ、キのヒントとなる設問であるが、この点気付いたであろうか。設問工、オの左辺

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

を通分すると分母・分子にそれぞれ ab 、 $a+b$ が現れることに気付ければ、計算の方針は見えるであろう。なお、 $a+b$ は、 a, b それぞれの分母を有理化することで求めることもできる。式の値を計算する方法は1通りとは限らないので、さまざまな計算方法を見ていくことで、式の見方に対する視野を上げていこう。設問コは、 a^2+b^2 の整数部分を求める問題で、解答解説のように $\sqrt{2}$ の大きさから丁寧に評価できたかがポイントである。

[2](1)は、集合の共通部分、和集合を選択する問題。集合の記号が正確に理解できていれば容易であろう。なお、本問と直接関係はないが、集合の包含

関係を表す記号 (\subset , \supset) と集合の要素であることを表す記号 (\in) についてもきちんと使い分けられるようにしておくこと。

(2)設問ソは、命題の反例を選択する問題。反例とは、命題において、仮定を満たし、かつ結論を満たさないものである。反例の定義を正確に理解しておくこと。

(3)は、命題の真偽の判定を行う問題、および必要条件・十分条件の判定を行う問題である。繰り返して述べていることであるが、必要条件、十分条件の判定は命題の真偽の確認から丁寧に行うこと。いくら勘で答えても力はつかないので、このことを肝に銘じておこう。

第2問 2次関数 (35点)

2次関数の最大・最小は、グラフの軸の区間に対する位置から考えられるようになる。

2次関数のグラフと x 軸の位置関係、 y 軸との共有点の y 座標の最大・最小、およびグラフの移動に関する問題である。平均点は16.8点(得点率48.1%)であった。

設問ア～エは、2次関数のグラフの頂点の座標を求める問題。すべての問題の起点となる設問であるから、丁寧に計算すること。

(1)は、2次関数のグラフが x 軸と共有点をもつ条件、および x 軸上の点 (2, 0) で交わる条件を求める問題である。いずれも基本問題であり、間違えた人は至急考え方を復習しておくこと。

(2)は、2次関数のグラフと y 軸との共有点の y 座標の最大・最小を考える問題。本問も a の2次関数とみて平方完成し、軸が区間内のどこにあるかを考えれば容易であろう。解き進めていくうえで、手が止まる箇所がある人は、最大・最小の考え方が定着していないと思われる。本問のような易しい問題で、軸の区間に対する位置を考えることを通して、最大・最小をとる場所を読み取る練習をしっかりと行おう。

(3)は、グラフの移動に関する問題で、 $G_1 \sim G_4$ それぞれの頂点の座標を求めることで考えられたかがポイント。なお、異なる4つの a の値に対して頂点の座標を求めるが、最初に a を用いて頂点の座標を表しておくこと、代入計算でまとめて求めることができる。数値を式に代入するタイミングについてもしっかりと身に付けていこう。

第3問 図形と計量 (35点)

三角比の定義を忘れないようにしよう。

前半は、三角形の中で正弦定理・余弦定理の適用を見る問題、後半は、三角形の垂線上を点が動くときの正弦のとり得る値の範囲を考える問題である。平均点は18.9点(得点率54.1%)であった。

(1)設問ア～ウは、余弦定理の適用を見る問題。3辺の長さが与えられているので、余弦定理を用いることは容易に判断できるだろう。ここがすぐに判断できなかった人は、演習量がまだ不足しているので、正弦定理・余弦定理の使い分けの練習をしっかりと行うこと。

(2)設問シは、三角比の定義を用いて辺の長さを求める問題。性質や定理の適用ばかりに注力して、大本の定義を忘れることのないようにすること。設問テ～ヌは、点が線分上を動くときの外接円の大きさのとり得る値の範囲を調べる問題である。設問テから分母の $\sin \angle BPD$ のとり得る値の範囲を調べることに帰着できるので、点Pが線分AE上を動くとき、 $\angle BPD$ が 90° をとり得ること、 $\sin \angle BAD$ と $\sin \angle BED$ の大小比較を行えばよいことなどが分かれば、難しくはない。間違えた人は、本問を復習する際に、上記で述べた点に着目して丁寧に考えてほしい。

第4問 場合の数と確率 (35点)

条件付き確率の定義を正確に理解しよう。

袋の中から玉を取り出すときの場合の数・確率の問題である。平均点は13.9点(得点率39.8%)であった。

(1)は、9個の異なる玉から4個の玉を取り出すときの色に着目した場合の数について考える問題。設問カキでは、3色のうち2個の玉が赤か、青かで場合分けを行って数えるが、対称性から同じ数の取り出し方があることが分かると同様の計算を繰り返さずに済む。場合の数を数えるときは、対称性がポイントとなることも多いので、この視点はぜひ身に付けてほしい。

(2)は、取り出した4個の玉のうち、同じ数字が書かれた玉が2組、1組となる場合の数について考える問題。設問クでは、2つの数字の決め方に対して取り出し方が1通りに決まることがヒントで与えられているが、このことがヒントなしで分かるだろう。本問の数字の決め方に対して取り出し方が何通

りあるかを数える方法については、誘導なしでも求められるくらい理解を深めよう。

(3)は、取り出した4個の玉のうち、3色を含む事象、同じ数字が書かれた玉を含む事象についての確率を考える問題。設問セ～トは、(1)、(2)で求めた場合の数が求まっていなければ正しく求まらないので、ここで間違えた人は場合の数の考え方からしっかりと復習を行うこと。設問ノは、2つの条件付き確率の大小関係を調べる問題で、解答解説のように条件付き確率の定義に従って、それぞれの確率を求めるのが容易であろう。間違えた人は、条件付き確率の定義について正確に理解しておくこと。

第5問 三角関数 (30点)

文字の置き換えと対応する実数解の個数の考え方を身に付けよう。

三角関数を含む関数の最大・最小、および三角関数を含む方程式の解の個数についての考察を行う問題である。平均点は14.3点(得点率47.6%)であった。

(1)設問ア、イは、2倍角の公式そのものの確認問題。間違えた人は、倍角の公式、半角の公式等、加法定理からの導出過程と合わせて、整理・理解しておこう。設問カ～クは、置き換えた文字の変域を答える問題。文字を置き換えた際には、問われていなくても最初に変域がどう変わるかを調べる習慣をつけておくこと。設問ケ～タは、三角関数を含む関数の最大値・最小値とそれらをとる x の値を求める問題で、設問カ～クで求めた変域に注意しながら、置き換えた2次関数の最大・最小を考えていければ容易であろう。

(2)は、方程式の解の個数に対応する定数 k のとり得る値の範囲を求める問題。(1)で置き換えた文字 t に対応する x が何個あるかを考え、 t の2次関数のグラフと対応付けして考えられたかがポイントである。間違えた人は、どこでつまづいたかをきちんと把握した上で、文字の置き換えと対応する実数解の個数についての考え方をしっかりと身に付けよう。

第6問 微分法・積分法 (30点)

増減を調べ、極大値・極小値を求めるまでの流れを身に付けよう。

3次関数の極大・極小、および3次関数のグラフと接線で囲まれる図形の面積に関する問題である。

平均点は11.1点(得点率37.0%)であった。

(1)設問ア～エは、 $x=1$ で極値をとることを利用して、係数間の関係を求める問題。最序盤の問題であり、ここでつまづくとすべて間違ってしまうので、丁寧に計算することを心がけよう。設問キ、クは、曲線が p の値によらず通る点の座標を求める問題で、設問オ、カで行った式変形が p の恒等式として見ることと理解できたかがポイント。設問コ～ソは、3次関数の極大値・極小値を求める基本問題。増減を調べ、極大値・極小値を求めるまでの流れをしっかりと身に付けておくこと。

(2)設問タ～ツは、接線の方程式を求める問題。接線は直線であるから、傾きと通る点分かれば、その方程式を一意に定めることができる。公式として丸暗記しても応用が利かないので、直線の方程式として求められるように理解しておこう。設問ト～ヌは、3次関数のグラフと接線で囲まれた図形の面積を求める問題。曲線と接線の上下、積分区間を求めた上で定積分の計算を実行すればよい。なお、別解にも示したように、面積の求め方は一通りではない。定積分の計算が確実にできるように計算力を磨きつつ、どのように計算すれば計算量を減らせるかの工夫も合わせて考えられるようにしていこう。

第7問 数列 (30点)

階差数列から元の数列の一般項を求めるときは具体的に書き出して考えよう。

前半は階差数列の与えられている数列の一般項と和を求める問題、後半は和の与えられた数列の一般項を求める問題である。平均点は8.3点(得点率27.5%)であった。

(1)設問ウ～キは、階差数列の一般項から元の数列の一般項を求める問題。数列を $a_n = a_1 + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-1})$ のように書き出してみれば、一般項を求める構造が理解できるだろう。階差数列から元の数列の一般項を求める考え方は、実際に書き出してみることで理解しておこう。なお、本問では時期も鑑みて階差数列の定義を問題文で与えたが、この定義については正確に覚えておくこと。設問ク～コは、数列の和を求める問題。

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1), \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1),$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \text{ は計算の中で適用できるよう}$$

に、正確に覚えておこう。

(2)設問ス～ソは、和の与えられた数列から $\{b_n\}$ の漸化式を求める問題。誘導に沿って代入するだけだが、正答率は15%未滿と極めて出来が悪かった。数列の和から一般項を考えるとよく用いる方法なので、考え方をこの機会に必ず理解しておくこと。設問タ～ニは、漸化式から一般項を求める問題。なお、本問の解き方は、漸化式の形から b_n に n の1次式を加えたものが等比数列となると見越して文字をおいたものである。本問を解くだけであれば、 n の恒等式として x, y の値を求めればよいが、漸化式の形から一般項の形をある程度見越せるとスムーズに解くことができるので、式の見方についてもしっかりと復習しておこう。

第8問 ベクトル (30点)

ベクトルの内分比、外分比が分かる形への式変形の方法を身に付けておこう。

四角形において、ベクトルの内積や大きさ、対角線の交点の内分比などを考える平面ベクトルの問題である。平均点は8.1点(得点率27.0%)であった。

(1)は、ベクトルの内積を求める基本問題で、いずれも内積の定義に従って求めていけばよい。ベクトルの定義やベクトルの演算で曖昧な箇所がある人は、教科書を見直すなどして、必ず理解しておくこと。

(2)設問カ～スは、(1)で得られた内積の結果を利用して、 \vec{OC} を \vec{OA} 、 \vec{OB} で表す問題で、誘導に従って2通りの内積から x, y の値を求められたかがポイント。平面上のベクトルの表現については、文字を置いて考えることが自力でできるくらいまで理解を深めておこう。設問テ～ハは、 \vec{OC} の式変形を行うことで、対角線の交点の内分比を求める問題。式の形が提示してあるので、本問自体は難しくないが、内分比、外分比が分かる形への式変形の方法はこの機会に必ず身に付けておこう。

Ⅲ. 学習アドバイス

◆数学Ⅰ・Aは基礎の完全定着を

数学Ⅰ・Aの分野の基礎で取りこぼした部分はないだろうか。数学Ⅰ・Aの基礎が、数学Ⅱ・Bや数学Ⅲのベースになっている部分も多い。特に、数と式や2次関数などの曖昧な部分は、確実に理解

し、完全に定着するまで徹底的に復習するようにしよう。

◆数学Ⅱ・Bは計算力強化を

数学Ⅱ・Bは数学Ⅰ・Aと比較すると計算量が多く、しっかりと計算力がないと、センター試験では時間不足になりがちである。面積を求める定積分の計算やベクトルの大きさや内積計算などは少々煩雑でも計算しきれるように計算力をしっかりと強化していこう。

◆基礎を整理しよう

教科書の例題レベルが完全に理解できたら、それをノートに整理しておこう。理解が曖昧なままならすぐに、また理解が完全でも長い間放置しておく、忘れてしまう可能性が高い。今後、様々な分野の知識を結び付けていくときにも整理したノートは役に立つはずだ。

今回の模試で、自分の弱点がある程度ははっきりしたと思うが、結果に一喜一憂するのではなく、学習のペースメーカーとしていくために、第4回3月高2レベル記述模試(19年3月10日(日))も引き続き必ず受験しよう。さらに、今回の模試に対する合格指導解説授業では、問題に対する解説はもちろん、今後の学習方針についても、明確に述べている。解答解説を読んだだけでは理解できない部分がある人は必ず、センター試験対策を今から計画的に行いたい人も是非、合格指導解説授業を受けよう。