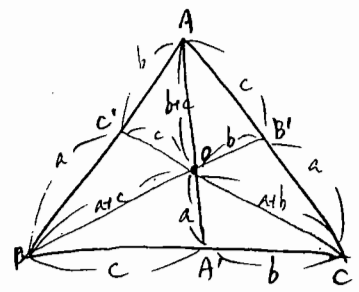


— 計算用 —

3

採点欄
30



$$\begin{aligned}
 a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC} &= \vec{0} \quad \text{①} \\
 -a\vec{OA} + b(\vec{OA} + \vec{AB}) + c(\vec{OA} + \vec{AC}) &= \vec{0} \\
 (a+b+c)\vec{AO} &= b\vec{AB} + c\vec{AC} \\
 (a+b+c)\vec{AO} &= (b+c)\left(\frac{b}{b+c}\vec{AB} + \frac{c}{b+c}\vec{AC}\right) \\
 \vec{AO} &= \frac{b+c}{a+b+c}\left(\frac{b}{b+c}\vec{AB} + \frac{c}{b+c}\vec{AC}\right)
 \end{aligned}$$

点 A' は BC を c : b に内分する点で、
点 O は AA' を (b+c) : a に内分する点である。

同様に、
点 B' は AC を c : a に内分する点で、
点 O は BB' を (a+c) : b に内分する点である。
点 C' は AB を b : a に内分する点で、
点 O は CC' を (a+b) : c に内分する点である。

$$\begin{aligned}
 \text{よって } \vec{OA}' &= -\frac{a}{b+c}\vec{OA} \\
 \vec{OB}' &= -\frac{b}{c+a}\vec{OB} \\
 \vec{OC}' &= -\frac{c}{a+b}\vec{OC}
 \end{aligned}$$

採点欄に
文字で綴ることを示した方がよい。

これを $\ell\vec{OA}' + m\vec{OB}' + n\vec{OC}' = \vec{0}$ に代入して、

$$\frac{\ell a}{b+c}\vec{OA} + \frac{mb}{c+a}\vec{OB} + \frac{nc}{a+b}\vec{OC} = \vec{0}$$

$\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ は 1 次独立である。
① の係数を比較して、

$$\begin{aligned}
 \ell &= \frac{\ell a}{b+c}, & m &= \frac{mb}{c+a}, & n &= \frac{nc}{a+b} \\
 \ell &= b+c, & m &= a+c, & n &= a+b
 \end{aligned}$$

a ≠ 0, b ≠ 0, c ≠ 0 なるので、

$$\text{よって } \ell : m : n = (b+c) : (a+c) : (a+b)$$