この球面の方程式は、中心 $(0,0,\frac{1}{2})$，半径 $\frac{1}{2}$ の 球面の方程式より

$$x^2+y^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \quad \cdots ①$$

Rは直線OP上の点なので

$\overrightarrow{OR}=k\overrightarrow{OP}$ $\begin{pmatrix} k:\text{実数} \\ k\neq 0 \end{pmatrix}$ とすると $R\begin{pmatrix} kt \\ k \\ k \end{pmatrix}$ とおける。

RはS上の点なので

①より

$$(kt)^2+k^2+\left(k-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\Longleftrightarrow k^2(t^2+2)-k=0$$

$$\Longleftrightarrow k\{k(t^2+2)-1\}=0$$

$k\neq 0$より $k=\frac{1}{t^2+2}$ $(\because t^2+2\neq 0)$

$$\therefore R\begin{pmatrix} \frac{t}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2} \end{pmatrix}$$

Qは直線NR上の点なので

$\overrightarrow{NQ}=l\,\overrightarrow{NR}$ とすると $(l:\text{実数},\ l\neq 0)$

$$\overrightarrow{NR}=\begin{pmatrix} \frac{t}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2}-1 \end{pmatrix} \text{ より}$$

$$\overrightarrow{NQ}=l\begin{pmatrix} \frac{t}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2} \\ \frac{-t^2-1}{t^2+2} \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{NQ}$$

$$=l\begin{pmatrix} \frac{t}{t^2+2} \\ \frac{1}{t^2+2} \\ \frac{-t^2-1}{t^2+2} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Qはxy平面上の点より

$$l\left(\frac{-t^2-1}{t^2+2}\right)+1=0$$

$$\therefore l(t^2+1)=(t^2+2)$$

$$\Longleftrightarrow l=\frac{t^2+2}{t^2+1} \quad (\because t^2+1\neq 0)$$

$$\therefore \overrightarrow{OQ}=\begin{pmatrix} \frac{t}{t^2+1} \\ \frac{1}{t^2+1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで $X=\frac{t}{t^2+1}$，$Y=\frac{1}{t^2+1}$ とすると

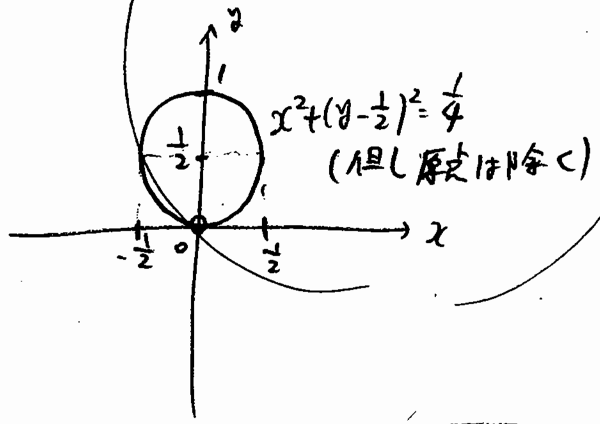
$$X^2+Y^2=\frac{t^2+1}{(t^2+1)^2}=Y \Longleftrightarrow X^2+\left(Y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

ここで t は全実数を動くので $0<Y\leqq 1$

よって $X\mapsto x$，$Y\mapsto y$ として，

求める軌跡は $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ $(0<y\leqq 1)$，$z=0$

図示すると



3 点数	20