第　4　問

(1) 条件より、確率 a で A は正の方向に2進み、確率 $1-a$ で 正の方向に1進む。($0<a<1$)

つまり、Aは少なくとも点 n か点 $n+1$ の一方には移動するので、

点 n に移動しない確率を考える。

このとき、点 $n-1$ に移動したあとコインの表が出る。

よって、$p_n = 1-(p_{n-1}\cdot a)$ が成り立つ。

$$p_n - \frac{1}{a+1} = -ap_{n-1} + 1 - \frac{1}{a+1} = -a\left(p_{n-1} - \frac{1}{a+1}\right) \text{より}$$

数列 $\left\{p_n - \frac{1}{a+1}\right\}$ は公比 $-a$ の等比数列。(初項は $1-a-\frac{1}{a+1} = -\frac{a^2}{a+1}$)

よって、$p_n - \frac{1}{a+1} = (-a)^{n-1}\cdot\left(-\frac{a^2}{a+1}\right)$ より $p_n = -\frac{a^2(-a)^{n-1}}{a+1} + \frac{1}{a+1}$

$$= \frac{1-a^2(-a)^{n-1}}{a+1} \quad (n=0\text{も適する})$$

4

(2) (1)より点 m を通る確率は $\frac{1-a^2(-a)^{m-1}}{a+1}$ なので、

これから、点 k、点 m 共に通る確率を引けばよい。

点 k を通る確率は(1)より $\frac{1-a^2(-a)^{k-1}}{a+1}$

また、点 k を始点に点 m を通る確率 R_m について、

$R_m = p_{(m-k)} = \frac{1-a^2(-a)^{m-k-1}}{a+1}$ なので、$q_{k,m} = p_m - p_k\cdot p_{(m-k)}$

O.K.

$$q_{k,m} = \frac{1-a^2(-a)^{m-1}}{a+1} - \frac{1-a^2(-a)^{k-1}}{a+1}\cdot\frac{1-a^2(-a)^{m-k-1}}{a+1}$$

4 点数	20