(1) 棒の長さは、n本目が$\frac{1}{2^n}$であり、

n本目までの棒の長さの和は、

$$\frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

よって、1本目を選ばなかったとき、

残り$n-1$本の長さの和は、

$$1-\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

なので$\frac{1}{2}$以上となることはない。

よって、$x_n<\frac{1}{2}$となる確率はI_1を選ばない場合なので、

$\frac{1}{2}$

(2) $x_n\geqq\frac{3}{8}$となるのは、

(i) I_1を選ぶ

(ii) I_1を選ばずI_2、I_3を共に選ぶ

I_1、I_2を選ばなかったとき、(1)と同様に

残り$n-2$本の和は $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

となり、$x_n\geqq\frac{3}{8}$とはならない。

I_1、I_3を選ばず、I_2を選んだときも

残り$n-3$本の和は $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{1}{2}-\frac{1}{2^3}=\frac{3}{8}-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

となり、$x_n\geqq\frac{3}{8}$とはならない。

I_1、I_2、I_3をすべて選ばなかったときも

残り$n-3$本の和は $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

となり$x_n\geqq\frac{3}{8}$とはならない。

よって、(i)(ii)は全ての場合を満たし、かつ互いに排反なので、$x_n\geqq\frac{3}{8}$となる確率をPとすると、$P=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$

よって、$x_n<\frac{3}{8}$となる確率をQとすると、

$P+Q=1$なので、

$Q=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

よって、$x_n<\frac{3}{8}$となる確率は

$\frac{3}{8}$

4 点数	20