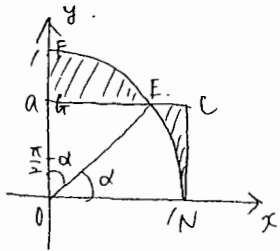
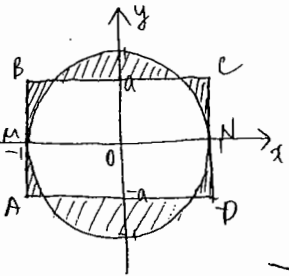


5
点数
20

第

5

問

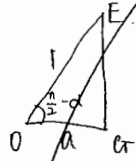


→ 4

上図の如くに記号をとる。すなわち、 $\angle NOE = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) とする。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}S &= \text{長方形 } ONCG - \text{扇形 } ONE + \text{扇形 } OEF \\ &\quad - 2\Delta OEG \\ &= a - \frac{\alpha}{2\pi}\pi + \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{2\pi}\pi - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ &= \frac{\pi}{4} + a - \alpha - a\cos\alpha \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

⇔ 7



ΔOGE に於いて

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = a.$$

$$\Leftrightarrow a = \sin\alpha \quad \dots \text{②}$$

①より、 $S = \pi + 4a - 4\alpha - 4a\cos\alpha \quad \dots \text{③}$

②に③を代入して

$$\begin{aligned} S &= \pi + 4\sin\alpha - 4\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha \\ &= \pi + 4\sin\alpha - 4\alpha - 2\sin 2\alpha \\ &=: f(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(\alpha) &= 4\cos\alpha - 4 - 4\cos 2\alpha \\ &= -4(2\cos^2\alpha - 1) + 4\cos\alpha - 4 \\ &= -4\cos\alpha(2\cos\alpha - 1) \end{aligned}$$

よって、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ における増減表は、以下の通り。

α	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(\alpha)$		- 0 +	
$f(\alpha)$		$\searrow \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \nearrow$	

→ 4 2

よって、 S は、 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ の時最小になる。

すなわち、②より、 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ の時。

(答) $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ↓ 2