1 点数	20

$x \equiv \alpha \pmod{13}$, $y \equiv \beta \pmod{13}$, $z \equiv \gamma \pmod{13}$ とおく ただし α, β, γ は整数で0以上12以下とする。すると

$xy \equiv \alpha\beta \equiv 6 \pmod{13}$
$yz \equiv \beta\gamma \equiv 9 \pmod{13}$
$zx \equiv \gamma\alpha \equiv 11 \pmod{13}$ より

$$\begin{cases} \alpha\beta = 13k+6 \\ \beta\gamma = 13l+9 \\ \gamma\alpha = 13m+11 \end{cases}$$

(k, l, m は0以上11以下の整数)

とおける。

$\alpha\beta$ は 144以下なので、

6, 19, 32, 45, 58, 71, 84, 97, 110, 123, 136, のいずれかであるが、

$\alpha \leqq 12$, $\beta \leqq 12$ より

6, 32, 45, 84, 110 のいずれかである。

$\beta\gamma$ は、

9, 22, 35, 48, 61, 74, 87, 100, 113, 126, 139 のいずれかであるが、

$0 \leqq \beta \leqq 12$, $0 \leqq \gamma \leqq 12$ より

9, 22, 35, 48, 100 のいずれかである。

$\gamma\alpha$ は、

11, 24, 37, 50, 63, 76, 89, 102, 115, 128, 141 のいずれかであるが、

$0 \leqq \gamma \leqq 12$, $0 \leqq \alpha \leqq 12$ より

11, 24, 50, 63 のいずれかである。

まず $\alpha\beta$ の値より α, β の組み合わせは、(1, 6), (2, 3), (4, 8), (5, 9) (7, 12) (10, 11) であり同様に

$\beta\gamma$ の組み合わせは、

(1, 9), (3, 3), (2, 11), (5, 7), (6, 8) (10, 10)

$\gamma\alpha$ の組み合わせは

(1, 11), (4, 6), (3, 8), (5, 10), (7, 9)

である。よって

γ, α が1と11になるような組み合わせはなく、

γ と α が4と6になる組み合わせは

$\gamma = 6$, $\beta = 8$, $\alpha = 4$,

γ と α が3と8になる組み合わせはなく、

γ と α とで 5と10になる組み合わせもなく、

γ と α とが 7と9になる組み合わせは $\gamma = 7$, $\alpha = 9$, $\beta = 5$ である。

以上より

x, y, z を13で割った余りは

順に (9, 5, 7) 又は (4, 8, 6)