第2回　高2トップレベル記述模試　数学　解答用紙〔No. 3〕

※採点者記入欄

$\boxed{3}$ (1) $S_1=a_1$である。

$n=1$のとき

$S_1=\frac{1}{2}(p+a_1)$

$2a_1=p+a_1$

$a_1=p$

$S_3=a_1+a_2+a_3$である。から

$S_3=p+q+a_3$

$p+q+a_3=\frac{3}{2}(p+a_3)$

$2p+2q+2a_3=3p+3a_3$

$a_3=-p+2q$

$\begin{cases} a_1=p \\ a_3=-p+2q \end{cases}$

+7

(2) $S_n-S_{n-1}=a_n$である。

$S_n=\frac{n}{2}(p+a_n)$

$S_{n-1}=\frac{n-1}{2}(p+a_{n-1})$

$S_n-S_{n-1}=\frac{n}{2}(p+a_n)-\frac{n-1}{2}(p+a_{n-1})$

$a_n=\frac{1}{2}(np+na_n-np-na_{n-1}+p+a_{n-1})$

$2a_n=na_n-na_{n-1}+p+a_{n-1}$

$2a_n-na_n=a_{n-1}-na_{n-1}+p$

+6

n=1での確認していない

(3) $(2-n)a_n=(1-n)a_{n-1}+p$

$(n-2)a_n=(n-1)a_{n-1}-p$

$a_n=\frac{n-1}{n-2}a_{n-1}-\frac{p}{n-2}$

$\{a_n\}$: p, q, $-p+2q$, $-2p+3q$

これより、$a_n=p+(-p+q)(n-1)$

$=(-p+q)n+2p-q$

と推測できる。

$n=1$のときこの式は成り立つ。…①

$n=k$のとき成り立つと仮定して、

$a_k=\frac{k-1}{k-2}a_{k-1}-\frac{p}{k-2}$

$a_k=(-p+q)k+2p-q$ より

$a_{k+1}=\frac{(k+1-1)(-pk+qk+2p-q)}{k+1-2}-\frac{p}{k+1-2}$

$k\neq1$とする

$a_{k+1}=\frac{k(-pk+qk+2p-q)-p}{k-1}$

$=\frac{(-p+q)k^2+(2p-q)k-p}{k-1}$

$=\frac{(k-1)\{(-p+q)k+p\}}{k-1}$

$=(-p+q)k+p-p+q+p-q$

$=(-p+q)(k+1)+2p-q$

よってこの式は$n=k+1$のときも成り立つ。

$n=1$, $n=2$のときも成り立つ。

よって数学的帰納法により

$a_n=(-p+q)n+2p-q$

+10

得点 3
23

採点者	確認者

(解答欄は裏面に続きます)