第 3 回 9 月有名大本番レベル模試　（2018 年 9 月 23 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（40 満点）

（1）（配点 12 点）

　（ア）　4 点

　（イ）　4 点

　（ウ）　4 点

（2）（配点 13 点）

　（ア）　4 点

　（イ）　6 点(各 3 点)

　（ウ）　3 点

（3）（配点 15 点）

　（ア）　5 点

　（イ）　6 点

　（ウ）　4 点

第 2 問（40 満点）

（1）（配点 12 点）

　（ア）　4 点

　（イ）　4 点

　（ウ）　4 点

（2）（配点 13 点）

　（ア）　4 点

　（イ）　6 点(各 3 点)

　（ウ）　3 点

（3）（配点 15 点）

　（ア）　6 点(各 3 点)

　（イ）　6 点(各 3 点)

　（ウ）　3 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 9 点）

- 判別式より条件を示して 6 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 6 点）

- $x^2-2(a+1)x+2a+1$ を因数分解して 3 点
- 答えに 3 点

(3)（配点 15 点）

- $g(x)=x^2-4ax+4a^2-3a+2$ とおいたとき、放物線 $y=g(x)$ の軸は $x=2a$ であることを述べて 2 点
- $g(x)\leqq 0$ の解が $1\leqq x\leqq 2a+1$ を満たす条件を示して 8 点
- 途中の計算と答えに 5 点

第 4 問（30 点満点）

（1）（配点 12 点）

- $R(m^2)=R(r^2)$ となることを示して 4 点
- $r=0, 1, 2, 3, 4$ それぞれに対して，r^2, $R(r^2)$ の値を求めて 5 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 10 点）

- $2r^2$, $R(2r^2)$ の値を求めて 8 点
- 証明できて 2 点

（3）（配点 8 点）

- 背理法で示す方針を立て，$R(2b^2)=R(c^2)$ となることを述べて 3 点
- $R(a^2)$ を求めて 4 点
- 証明できて 1 点

第 5 問（30 点満点）

（1）（配点 12 点）

- $f(x)$ を $(x-1)^2$ で割ったときの商を正しく設定できて 3 点
- x の恒等式を導き，係数を比較して 5 点
- 途中の計算と答えに 4 点

（2）（配点 6 点）

- $x^2+(a+2)x+4=0$ の判別式を示して 4 点
- 答えに 2 点

（3）（配点 12 点）

- $x^2+(a+2)x+4=0$ が $x=1$ を解に持つ場合の a の値を求め，実数解の個数を求めて 5 点
- $x^2+(a+2)x+4=0$ が $x=1$ を解に持たないとき，さらに a の値で場合分けをし，それぞれの解の個数を求めて 6 点
- 答えに 1 点

第 6 問（30 点満点）

（1）（配点 8 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|, \left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|, \overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値をそれぞれ求めて 3 点(各 1 点)
- $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積公式を利用し，答えに 5 点

（2）（配点 8 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ をパラメータ (s, t) 表示し，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0, \overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$ となる条件式を導けて 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ で設定したパラメータ (s, t) の値を求めて 4 点
- 答えに 1 点

（3）（配点 14）点）

- 体積 V が最大となるときの点 P の位置を正しく捉えて 4 点
- O から平面 L までの距離と，球の直径の長さを求め，四面体 ABCP の底面を $\triangle\mathrm{ABC}$ とみたときの高さを求め 8 点
- 答えに 2 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（50 満点）

（1）（配点 17 点）

（ア） 6 点

（イ） 6 点

（ウ） 5 点

（2）（配点 17 点）

（ア） 6 点

（イ） 6 点(各 3 点)

（ウ） 5 点

（3）（配点 16 点）

（ア） 5 点

（イ） 6 点

（ウ） 5 点

第 2 問（50 満点）

（1）（配点 17 点）

（ア） 6 点

（イ） 6 点

（ウ） 5 点

（2）（配点 17 点）

（ア） 6 点

（イ） 6 点(各 3 点)

（ウ） 5 点

（3）（配点 16 点）

（ア） 6 点(各 3 点)

（イ） 6 点(各 3 点)

（ウ） 4 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- 判別式より条件を示して 10 点
- 答えに 5 点

（2）（配点 10 点）

- $x^2-2(a+1)x+2a+1$ を因数分解して 5 点
- 答えに 5 点

(3)（配点 25 点）

- $g(x)=x^2-4ax+4a^2-3a+2$ とおいたとき、放物線 $y=g(x)$ の軸は $x=2a$ であることを述べて 3 点
- $g(x) \leqq 0$ の解が $1 \leqq x \leqq 2a+1$ を満たす条件を示して 14 点
- 途中の計算と答えに 8 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- $R(m^2)=R(r^2)$ となることを示して 5 点
- $r=0, 1, 2, 3, 4$ それぞれに対して，r^2, $R(r^2)$ の値を求めて 5 点
- 答えに 5 点

（2）（配点 10 点）

- $R(2m^2)=R(2r^2)$ となることを示して 3 点
- $2r^2$, $R(2r^2)$ の値を求め，証明できて 7 点
-

（3）（配点 25 点）

- 背理法で示す方針を立て，$R(2b^2)=R(c^2)$ となることを述べて 10 点
- $R(a^2)$ を求めて 12 点
- 証明できて 3 点

第 5 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $f(x)$ を $(x-1)^2$ で割ったときの商を正しく設定できて 5 点
- x の恒等式を導き，係数を比較して 8 点
- 途中の計算と答えに 7 点

（2）（配点 10 点）

- $x^2+(a+2)x+4=0$ の判別式を示して 6 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 20 点）

- $x^2+(a+2)x+4=0$ が $x=1$ を解に持つ場合の a の値を求め，実数解の個数を求めて 8 点
- $x^2+(a+2)x+4=0$ が $x=1$ を解に持たないとき，さらに a の値で場合分けをし，それぞれの解の個数を求めて 9 点
- 答えに 3 点

第 6 問（50 点満点）

（1）（配点 14 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|, \left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|, \overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値をそれぞれ求めて 6 点(各 2 点)
- $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積公式を利用し，答えに 8 点

（2）（配点 14 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ をパラメータ (s, t) 表示し，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0, \overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$ となる条件式を導けて 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ で設定したパラメータ (s, t) の値を求めて 6 点
- 答えに 2 点

（3）（配点 22 点）

- 体積 V が最大となるときの点 P の位置を正しく捉えて 7 点
- O から平面 L までの距離と，球の直径の長さを求め，四面体 $\mathrm{ABCP_0}$ の底面を $\triangle\mathrm{ABC}$ とみたときの高さを求め 12 点
- 答えに 3 点

第 7 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

- 直線 l_t が点 $(3, 2)$ を通る条件を考え，t の方程式を導いて 6 点
- 証明できて 4 点

（2）（配点 20 点）

- t の方程式を導き，点 (x, y) が D に属する条件は t が実数解をもつことであると考えて 3 点
- $x=4, x \neq 4$ で場合分けをし，それぞれについて実数解をもつ条件を示して 12 点(各 6 点)
- 正しく図示して 5 点

（3）（配点 20 点）

- 領域 E を正しく把握して 5 点
- $\mathrm{A}(-1, 2)$，$\mathrm{P}(x, y)$ とおき，m を直線 AP の傾きととらえ，直線 AP の方程式を導いて 3 点
- 領域 E と直線 AP の関係を図示し，m の最大，最小を示して 4 点
- 答えに 8 点(各 4 点)

第 8 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $\alpha^5=1$ を導いて 3 点
- $1-\alpha^5=(1-\alpha)(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4)$ を示して 2 点
- 途中の計算と $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$ の値に 5 点
- $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)(1-\alpha^4)$ を $\left(\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4\right)$ を含んだ式で表して 6 点
- $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)(1-\alpha^4)$ の値に 4 点

（2）（配点 16 点）

- $d_1=|1-\alpha|, d_2=\left|1-\alpha^2\right|$ と表して 6 点(各 3 点)
- 途中の計算と答えに 10 点(各 5 点)

(3)（配点 14 点）

- $\sin\dfrac{\pi}{5}\cdot\sin\dfrac{2}{5}\pi\cdot\sin\dfrac{3}{5}\pi\cdot\sin\dfrac{4}{5}\pi$ を d_j $(j=1,2,3,4)$ で表して 6 点
- $\left|(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)(1-\alpha^4)\right|$ を d_j $(j=1,2,3,4)$ で表して 6 点
- 答えに 2 点

第 9 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $f'(x), g'(x)$ をそれぞれ $\alpha f(x)+\beta g(x)$ の形に表して 12 点(各 6 点)
- $f(x)$ を $f'(x), g'(x)$ を用いて表して 4 点
- 答えに 4 点

(2)（配点 10 点）

- $I_{n,k}$ を求めて 5 点
- 証明できて 5 点

(3)（配点 20 点）

- (2)より，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}-\sum_{k=1}^{n}\frac{e^{-2k\pi}}{n}<\sum_{k=1}^{n}I_{n,k}<\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}$ が成り立つことを述べて 3 点
- $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}dx$ を導いて 3 点
- $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}\left(=\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx\right)$ の値を求めて 7 点
- $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{e^{-2k\pi}}{n}$ の値を求めて 5 点
- 答えに 2 点