

受検番号	
------	--

# 数 学

## 注 意

- 1 開始の合図があるまで、問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答は、最も簡単な形で表し、全て解答用紙に記入しなさい。
- 3 答えに根号が含まれる場合は、根号を用いた形で表しなさい。
- 4 円周率は $\pi$ とします。
- 5 問題用紙は、冊子の形になっています。
- 6 問題は、表紙の裏を1ページとし、6ページまであります。開始の合図で問題用紙の各ページを確認し、始めなさい。
- 7 問題用紙の表紙と解答用紙の受検番号欄に、それぞれ受検番号を記入しなさい。

**1**

次の(1)から(9)までの各問いに答えなさい。

- (1) 海面の高さを基準の0 mとすると、比叡山<sup>ひえいざん</sup>の山頂は+848 m、琵琶湖<sup>びわこ</sup>の一番深い所は、-19 mと表すことができます。比叡山の山頂と琵琶湖の一番深い所の高さの差は何mですか。求めなさい。

(2)  $\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}a$  を計算しなさい。

- (3) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 8x - 3y = 9 \end{cases}$$

(4)  $(9a^2b - 15a^3b) \div 3ab$  を計算しなさい。

- (5) 次の2次方程式を解きなさい。

$$(x - 3)(x - 5) = -1$$

(6) 関数  $y = ax^2$  のグラフが、点A(2, 6)を通るとき、次の①、②の各問いに答えなさい。

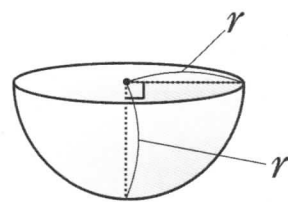
①  $a$  の値を求めなさい。

② グラフの原点Oと点Aとの距離を求めなさい。

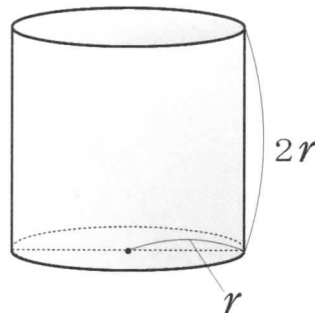
(7)  $\sqrt{24n}$  の値が自然数となるような自然数  $n$  の値のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

(8) 下の図のように、半径が  $r$  の半球の形をした容器Aと半径が  $r$  で高さが  $2r$  の円柱の形をした容器Bがあります。容器Aに水をいっぱいに入れて、容器Bに移すとき、容器Aの何杯分の水が容器Bに入りますか。求めなさい。ただし、容器の厚みは考えないものとします。

図



容器A

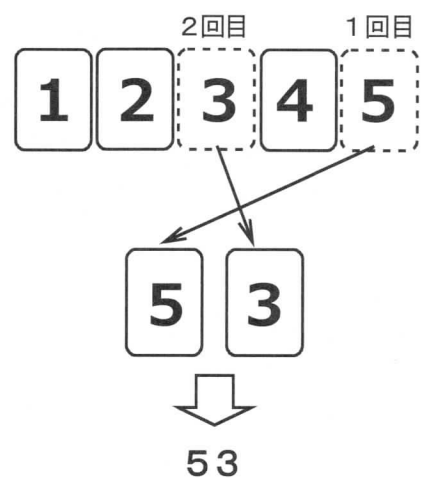


容器B

(9) 右の図のように、1から5までの数字を1つずつ書いた5枚のカードがあります。このカードをよくきって、その中からカードを1枚ずつ続けて2回引き、引いた順に左から並べて2けたの自然数をつくります。

このとき、つくられた2けたの自然数が、素数となる確率を求めなさい。ただし、どのカードを引くことも同様に確からしいものとします。

図



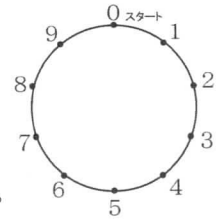
2

太一さんは、小学生の弟が勉強机の上においていた、**九九の表**と**九九の学習プリント**を見て、九九に興味をもち、調べてみることにしました。後の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

九九の学習プリント

九九のひみつ

- 右の円には、0から9までの数字がかかれた、10この点があります。
- 10この点は、どれも同じかんかくです。
- 九九の答えをもとに、下のきまりで点と点を直線でむすぶと、いろいろな形ができます。



★きまり★

- ・0の点をスタートとして、九九の答えの一の位の数字がかかれた点を、じゅんに直線でむすびます。
- ・さいごは、0の点へ直線をひいておわります。

★れい★

- ・3のだんの答えの一の位の数字を○でかこむと

③, ⑥, ⑨, 1②, 1⑤, 1⑧, 2①, 2④, 2⑦

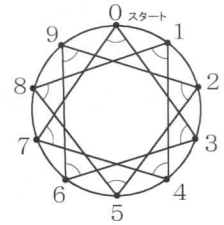
となります。

0 → 3 → 6 → 9 → 2 → 5 → 8 → 1 → 4 → 7 → 0

スタート

おわり

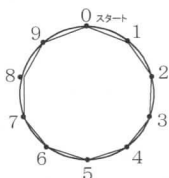
と直線でむすぶと、右のような形ができます。



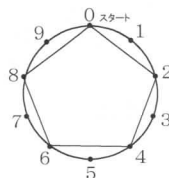
3のだん

- 下の図にも同じように、答えの一の位の数字がかかれた点を直線でむすんでみましょう。

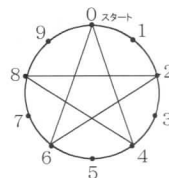
図



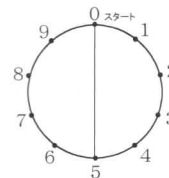
1のだん



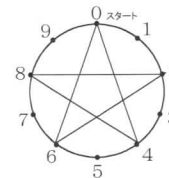
2のだん



4のだん



5のだん



6のだん

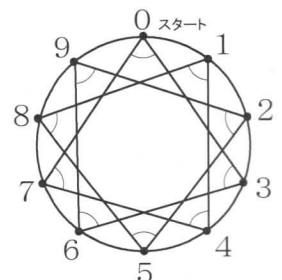
.....

点を直線で結んでできる形は、九九の段によって異なり、いくつかの種類に分類できることがわかりました。例えば、4の段と6の段は同じ形になりました。



- (1) 九九の学習プリントの中にある図において、段の数を  $m$  としたとき、 $m$  の段と同じ形になる段の数を  $m$  を使った式で表しなさい。

- (2) 九九の学習プリントの、3のだんに示された形で、印のついた先端部分にできる角の和を求めなさい。ただし、0から9までの各点は、円周を10等分した点とします。



3のだん



今度は、九九の表の数の並び方に着目して調べてみました。

太一さんが調べたこと 1

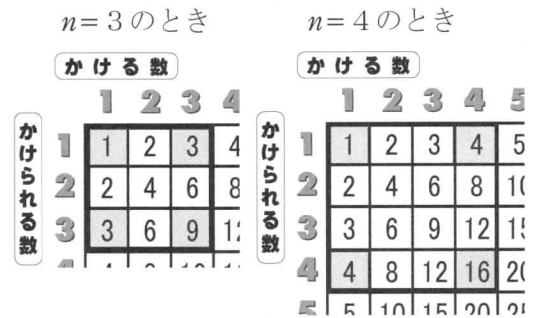
○九九の表の数を、例のように、四角形の左上の位置にある数が1で、縦と横がそれぞれ  $n$  マスの四角形となるようにかこみ、その四すみの数の和を調べました。

○  $n$  の値と四すみの数の和には、下の表のような関係があることがわかりました。

表

$n$ の値	...	3	4	...
四すみの数の和	...	16	25	...

例 九九の表の一部



(3) 太一さんが調べたこと 1 から、四すみの数の和を四角形の縦と横のマス数  $n$  を使った式で表しなさい。

次に、九九の表のいろいろな所を四角形をかこんで調べてみました。



太一さんが調べたこと 2

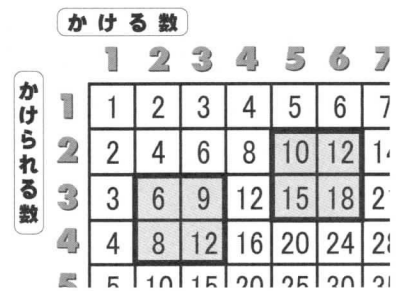
○九九の表の数を、例のように、縦と横がそれぞれ2マスの四角形をかこみ、その4つの数の和について調べました。

○例のように四角形で4つの数をかこむと、その4つの数の和は、必ず奇数になるのではないかと予想しました。

$$6+9+12+8=35$$

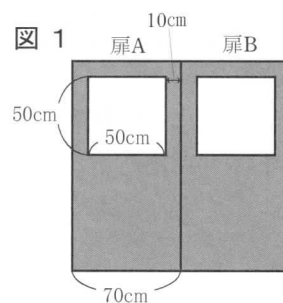
$$10+12+18+15=55$$

例 九九の表の一部



(4) 太一さんが調べたこと 2 で、縦と横がそれぞれ2マスの四角形で数をかこんだとき、四角形の左上の位置にある数を九九の表の左から  $x$  番目、上から  $y$  番目として、4つの数の和が奇数となることを  $x, y$  を用いた式で説明しなさい。

- 3 花子さんの教室の入り口の2枚の長方形の扉は、それぞれを左右に動かすと重なり、**図1**のように、はめ込まれた正方形の透明なガラスを通して向こう側が見えています。花子さんは、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積が、扉が動くことで、変化していくことに興味をもち、調べたことを次のようにまとめました。後の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。ただし、扉Aと扉Bは形と大きさが同じで、**図1**は、入り口の扉が閉まっている状態を表しているものとし、このときの扉Aと扉Bの重なりはないものとします。



### 調べたこと

扉Bは動かさず、扉Aだけを右に動かしたとき、扉Aの位置によって、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の個数や面積が変わる様子を調べ、表の①から③のように整理しました。

表	①	②	③
扉Aの位置			
四角形の個数	2つ	3つ	1つ
四角形の面積の和	$P+R$	$P+Q+R$	$Q$

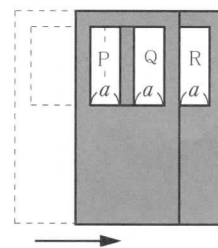
P：扉Aの透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

Q：扉Aと扉Bの透明なガラスが重なった部分を通して向こう側が見えている四角形の面積

R：扉Bの透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積

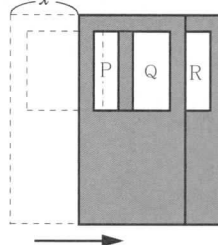
- (1) 花子さんは、調べたことの②の状態にあるとき、扉Aを右に動かし続けると、右の**図2**のように、P、Q、Rが等しくなるときがあることに気がつきました。そのときの、1つの四角形の横の長さを  $a$  cmとして、 $a$  の値を求めなさい。

図2



- (2) 花子さんは、調べたことの②の状態にあるときの、 $P+Q+R$  の値の変化について考えました。**図3**のように、扉Aを右に動かしたとき、 $P+Q+R$  の値はどのように変化しますか。扉Aが左端の位置から右に  $x$  cm 動いたときの  $P+Q+R$  を  $y$   $\text{cm}^2$  として、 $x$  と  $y$  の関係式を用いて説明しなさい。

図3



- (3) 花子さんは、扉Aが入り口の扉が閉まっている状態から扉Bとぴったりと重なるまで動くとき、透明なガラスを通して向こう側が見えている四角形の面積の和の変化について調べました。四角形の面積の和がもっとも小さくなるとき、その面積は何  $\text{cm}^2$  になりますか。求めなさい。

4

正方形の折り紙があります。この折り紙を図1のように、正方形ABCDとし、辺BC上に点Pをとるとき、次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 図2のように、点Aが点Pに重なるように折り紙を折り、 $\angle BPE = 40^\circ$  のとき、 $\angle FEP$ の大きさを求めなさい。

- (2) 図2の折り紙をもとにもどし、折り目を線分EFとしたものを図3とします。次に、点Dが点Pに重なるように折り紙を折ったものを図4とします。

図4において、線分GH上に、 $\angle PQG$ が $\angle PHG$ の2倍となるような点Qを、コンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。

- (3) 図4の折り紙をもとにもどし、折り目を線分GHとしたものを図5とします。図3で示した折り目の線分EFと線分GHとの交点をRとし、図6のように、直線DRと辺ABとの交点をSとしたとき、 $\triangle ESR$ と $\triangle FDR$ が合同であることを証明しなさい。

