

数学 I・数学 A

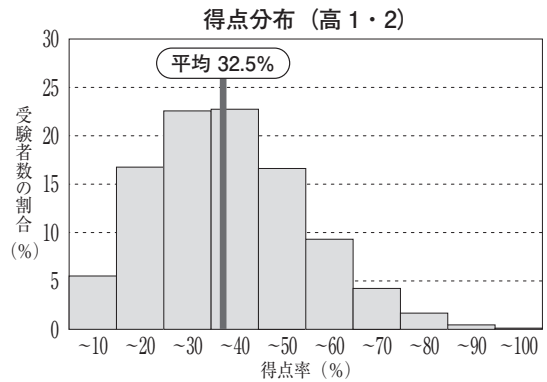
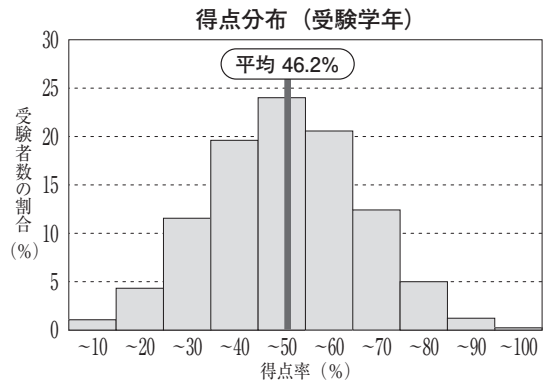
基礎を確実に定着させようとして、応用問題に取り組もう

I. 全体講評

全国統一高校生テスト数学 I・A の出来はどうだっただろうか。全国統一高校生テストは新課程 2 年目だった 2016 年度センター試験の問題レベルに合わせて出題されている。受験本番のレベルの問題は、現段階では難しいと感じた人も多いだろうが、今後の自分の努力がそのまま次のセンター試験本番レベル模試での得点の伸びになって表れるようになっていく。最終 12 月センター試験本番レベル模試 (12 月 23 日 (金・祝) 実施) も必ず受験して次の目標得点を達成してほしい。

今回の結果を受け、次のセンター試験本番レベル模試に向けてやるべきことは、当然皆さん一人ひとり違うはずである。得点が 40 点の人と 70 点の人ではやるべきことが異なってくるし、たとえ得点があっても、どのような問題を間違えたかによって、勉強の仕方は違ってくる。この講評では今回の結果の分析データをもとにして、ポイントとなる設問ごとに、学習アドバイスを掲載した。

まずは、今回の全国統一高校生テストの問題と解答解説冊子を手にも、自分がどの設問まで到達したのかを把握しながらこの講評を読み進めていこう。



II. 大問別分析

■各学年の平均点、大問ごとの得点率

学年	平均点	第 1 問 [1]	第 1 問 [2]	第 1 問 [3]	第 2 問 [1]	第 2 問 [2] [3]	第 3 問	第 4 問	第 5 問
高 1	29.4 点	59.1%	45.7%	12.3%	19.5%	32.8%	34.7%	15.3%	21.3%
高 2	35.6 点	72.1%	49.6%	20.5%	29.8%	41.9%	36.9%	18.3%	21.3%
受験学年	46.2 点	80.0%	58.5%	35.2%	40.7%	53.0%	48.4%	30.9%	24.6%
全員	40.1 点	73.9%	53.7%	26.9%	33.7%	46.1%	42.8%	24.7%	23.2%

第 1 問 [1] 数と式 (10 点)

※正答率・平均点・得点率は受験学年のものとする。以下同様。

式の特徴を見抜くことに習熟しよう。

無理数係数の連立方程式の解、および式の値の計算を行う問題である。平均点は 8.0 点 (得点率 80.0%) であった。

設問ア～オは、無理数係数の連立方程式の解を求

める問題。誘導に従って解けばよいが、式の形からどのように計算すればよいかは見抜けるようにしたい。設問カ～コは、式の値を求める問題。一見煩雑な計算でも、解答解説のアドバイスのようにかたまりで見ることができると、見通しよく計算を進めることができる。式の特徴を見抜けるようになると、無用な計算を回避でき、計算ミスを防ぐことにもつ

ながるので、普段の学習で式の特徴を見抜く練習をしっかりと行おう。

第1問 [2] 集合と命題 (10点)

命題の対偶からその真偽を考えられるようになる。

命題が真となるときの条件、および必要条件・十分条件の判定に関する問題である。平均点は5.8点(得点率58.5%)であった。

(1)設問サは、条件を満たすときの角の大きさを求める問題。二等辺三角形であることに気付き、さらに二等辺三角形の底角が等しくなることを理解していれば容易であろう。

(2)設問ス〜ソは、命題が真となるときの条件を求める問題である。条件 p, \bar{q} をそれぞれ言い換えれば、角の大きさの条件に落とし込むことができる。

(3)設問タは、必要条件・十分条件の判定を行う問題で、対偶の利用に気付けたかがポイントである。直接証明することが難しい場合には、対偶をとることで見通しがよくなることも多いので、1つの視点として是非身に付けて欲しい。

第1問 [3] 2次関数 (10点)

グラフの対称性からどこで最大値・最小値をとるかを捉えられるようになる。

2次関数のグラフの移動、および2次関数の最大・最小に関する問題である。平均点は3.5点(得点率35.2%)であった。

設問チは、2次関数のグラフに関する問題で、頂点の移動から $f(x)$ の式か、対称性を利用して考えるとよい。

(1)は、2次関数が特定の箇所での最小値をとるときの条件を求める問題。軸と定義域の位置関係に着目して考えられたかがポイントである。

(2)は、2次関数の最大値に関する問題で、定義域の右端の位置によって場合分けを行うが、本問においては $f(0) = f(4a)$ を利用できたかがポイントである。グラフの対称性からどこで最大値・最小値をとるかを捉えられるように、グラフを描いて考えることを習慣づけよう。

第2問 [1] 図形と計量 (15点)

図の特徴を見抜く力を図を描いて解き進める中で鍛えよう。

正弦定理と余弦定理、三角形の面積などの基本定理の適用、および三角形の相似や三平方の定理を用いて図形の計量を行う問題である。平均点は6.1点(得点率40.7%)であった。

(1)は、余弦定理、正弦定理、三角形の面積などの基本定理が適用できるかを見る問題。解けなかった人、あるいは解けても時間を要した人は、与えられた条件からどのように適用する定理を素早く判断するかについて、しっかりと復習を行うこと。

(2)は、 $AD//BC$ から補角の三角比 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ を適用することで、余弦定理を用いることに気付けるかがポイントである。図形の問題では、図の特徴が問題を解くときのカギとなることも多い。与えられた条件から図の特徴を見抜く力を、図を描いて解き進める中で鍛えていくとよいだろう。

図形と計量の分野では、正弦定理・余弦定理を適切に使い分けられるようになることが一つの目標である。分かっている辺の長さ、角の大きさから、どちらを使えばよいかの判断が素早くできるように演習をしっかりと行うこと。

第2問 [2] [3] データの分析 (15点)

散布図や箱ひげ図から読み取れる情報の活用の仕方を理解しよう。

[2] は、散布図の読み取り、[3] は、代表値から各得点に対応する人数の計算、および箱ひげ図と散布図の読み取りに関する問題である。平均点は7.9点(得点率53.0%)であった。

[2] は、散布図から読み取れることとして正しいものを選ぶ問題。散布図の横軸と縦軸が意味するところが理解できれば、各選択肢の主語にあたる部分が散布図のどの部分に該当するかから読み取って検証すればよい。

[3] (1)設問ソ〜チは、テストPのそれぞれの得点の人数を中央値、平均値から求める問題で、定義に従って、式を立てて求めるとよい。

(2)は、該当する箱ひげ図を選ぶ問題。箱ひげ図を構成する5つの値から考えると容易であろう。

(3)は、新たに加えた3人のテストQの得点を求める問題。散布図から新たに加えた3人のテストPの得点を求め、さらに箱ひげ図が一致するという条

件からこの3人のテストQの得点を定めていく。与えられた情報は散布図と箱ひげ図が一致するというものであるが、それらを用いてどのようにテストQの得点を定めているか、復習する際にはその点の理解を深めよう。

第3問 場合の数と確率 (20点)

条件付き確率の定義を正確に理解しよう。

サイコロの目の大きさによってコインを裏返したり、そのままにする試行を繰り返すときの確率の問題である。平均点は9.7点(得点率48.4%)であった。

(1)設問ウ、エは、2回の試行後にコインが表になっている場合を、2回とも4以下の目が出る、または2回とも5以上の目が出る、と言い換えてその確率を求める問題。こういった言い換えができるかがこの分野では特に重要である。

(2)も(1)と同様、サイコロの4以下の目が出る回数に言い換えて確率を求める。本問では誘導がなされているが、この誘導部分くらいの読み取りは自力でできるようにしておくこと。

(3)設問チ～ニは、6回の試行後にコインが表になっている確率を求める問題。(2)までと同様に、サイコロの4以下の目が出る回数に着目してもよいが、3回ごとの試行で考えると少し計算が楽であろう。設問ヌ、ネは、条件付き確率を求める問題。余事象の確率を利用するか、2回の試行後と5回の試行後のコインの向きで場合分けを行ってその確率を求めればよいが、いずれの場合でも条件付き確率の定義が理解できていれば難しくはない。間違えた人は、条件付き確率の定義を再度見直しておこう。

第4問 整数の性質 (20点)

不定方程式の1つの整数解をユークリッド互除法を利用して求められるようになるよう。

不定方程式の整数解、および整数の割り算に関する問題である。平均点は6.2点(得点率30.9%)であった。

設問ア～キは、不定方程式の整数解を求める問題。設問ア～ウでの1つの解を見つけるところがポイントとなるが、本問のようにすぐに整数解が見つからない場合には、ユークリッドの互除法の計算を逆にたどることで見つけるとよい。

(1)は、①の自然数解 x, y で、 $x \leq 1000$ かつ $x^2 + y^2$

が5の倍数となるものを求める問題である。本問では丁寧な誘導があるので、誘導に従って式変形を行えばよいが、復習する際には、それぞれの式変形がどのような目的で行われているか確認しておくこと。

(2)は、割り算の余りに関する2つの条件が与えられた最小の自然数を求める問題で、不定方程式の整数解の議論に置き換えると考えやすい。間違えた人は、どのように不定方程式の整数解の議論の持ち込んでいるか立式の部分に着目して復習をしっかりと行おう。

第5問 図形の性質 (20点)

図を描いて解き進めて行く中で、図形の性質を見抜く練習をしっかりと積もう。

三平方の定理や三角形の相似、平行線と線分の長さの比などを用いて線分の長さや面積などを求める問題である。平均点は4.9点(得点率24.6%)であった。

(1)設問ウ～オは、2つの三角形の相似から線分の長さを求める問題。自分で相似な三角形の組を見つけ辺の長さを求めるような問題では、得点率が大幅に下がることが多く、本設問も正答率が3割と極めて出来が悪かった。図を大きく描き、その中に対応する角や辺の長さを書き込んでいながら、対応を考えていく習慣をつけていくとよいだろう。

(2)設問テ～ナは、角の二等分線の性質を用いて長さを求める問題。本問は内角の二等分線と線分の比の関係であるが、外角についても合わせて理解しておくことよい。設問ネ～ヘは、三角形の面積を求める問題である。解答解説には3つの求め方を載せたが、考え方によって若干計算量が異なる。センター試験では時間の制約があるため、じっくりと見直す余裕はないかもしれないが、図形を多角的に見ることができれば、別の方法で計算が正しいかの確認を行うこともできる。複数の解法を学ぶことで多角的に図形をとらえられるようになってほしい。

Ⅲ. 学習アドバイス

◆受験生及び既に受験勉強に励んでいる人へ

センター試験数学Ⅰ・Aでは、出題の難易度に関わらず、高得点の争いになると考えて準備しておく必要がある。数学Ⅰ・Aは、高校数学の土台と

もいうべき分野であるから、センター試験においても基本を問う出題が多い。各分野を学習していくにあたり、以下の点に留意して演習に励んでほしい。

〈数と式〉

出題が予想されるテーマとしては、「(平方根を含む)式の計算」、「因数分解」、「絶対値」、「不等式」「命題の真偽、および必要条件・十分条件の判定」などがある。式の計算においては、分母の有理化を正確に素早くできるようにすること、やみくもに代入するのではなく適切な式変形を行って代入することなどを心がけてほしい。因数分解においては、次数の低い文字について整理して共通因数を探すことを基本動作としよう。絶対値は、絶対値の中の符号を考えて適切に外せるようになること。不等式の解を機械的に求めるだけではいけない。数直線を用いて視覚的にとらえられるようにすることが、複数の不等式を共通に満たす範囲を考える際に特に有効である。さらに、命題の真偽、および必要条件・十分条件の判定においては、用語の定義をしっかりと覚えてうえで、勘に頼ることなく判定できるようにならないといけない。命題の真偽を調べるのに、数直線や集合の包含関係が有効な場合も多いから、併せて理解しておこう。

〈2次関数〉

頻出のテーマとしては、「平行移動・対称移動」、「最大・最小」、「2次関数のグラフが特定の範囲で交わる条件(あるいは2次方程式の解の配置)」などがある。いずれもグラフを描いて(あるいはイメージして)考えることができるかがポイントである。2次関数のグラフは軸を中心として線対称になっている、頂点の位置で増減が逆になるという大きな特徴があるため、軸や頂点の位置に着目することが多い。漠然と問題を解くのではなく、何に着目した場合分けであるかなどを理解しながら学習を進めよう。

〈図形と計量〉

この分野では、「正弦定理、余弦定理」を軸に、「三角形の面積」、「三角比の相互関係」などと合わせ図形の計量を行う出題がなされる。問題文に沿って図を描いて、使える定理や性質を見抜く力が求められるので、まずは図を描くということを習慣化すること。なるべく大きな図を描いて、解き進めていく中でわかった長さや角の大きさなどを書き込む中で、次に何をを使うかを考える習慣をセンター試験当

日まで続けよう。

〈データの分析〉

この分野では、多くの用語を扱うので、まずは用語の定義を正確に覚えること。平均値、分散、相関係数などの計算が確実にできるようにしていこう。また、箱ひげ図や散布図からデータの特徴を読み取れることも重要である。データの見方は、教科書などを通してしっかりと理解しておこう。

〈場合の数と確率〉

この分野では、問題で与えられた設定やルールの下で場合の数や確率を求める問題がよく出題される。設定を正しく把握して、場合の数や確率を求めるための言い換えが適切に出来る力が要求される。また、樹形図などを描いて数え上げようとする姿勢も重要である。他の分野と比べると、一気に成績が伸びることが少なく、伸びが緩慢であるため、公式の運用に躍起になりがちであるが、その公式がどういう原理に基づいて導かれているか理解しない限り、高得点は望めない。しっかりと腰を据えて、考え方を理解するような学習を心がけよう。

〈整数の性質〉

この分野の約数と倍数の考え方、整数の割り算の表現は、整数を扱ううえで基本的な数や式の見方となる。ここから、余りによる整数の分類、ユークリッドの互除法、方程式の整数解へと発展していく。整数問題は、形式的な解法の暗記では対応しきれない問題も多い。整数特有の性質を根本から理解することを目指して演習を積んでいこう。また、記数法についても普段我々が扱う10進法と比較することで考え方を理解しておこう。

〈図形の性質〉

この分野では、「三角形の性質(辺と角の大小関係、角の二等分線の性質、重心、外心、内心など)、チェバ・メネラウスの定理」と「円の性質(四角形が円の内接する条件、方べきの定理など)」を図と合わせて正しく理解していることが重要である。図形を様々な角度から考察する力が求められるので、図形と計量と同様、使うべき定理や性質を見抜くために、まずは図を描くことを習慣化すること。また、直線と平面の位置関係や多面体などの空間図形についても整理して理解しておこう。

◆これから本格的な受験勉強に取り組む人へ
 <数と式>

数と式は、高校数学の計算における土台をなす分野であるから、平方根を含んだ式の計算、因数分解などの基本的な計算については、確実に出来るようにしたい。これらの計算を正確に素早くできることが他の分野の理解にもつながるので、早期完成を目指す。また、集合と命題における必要条件・十分条件などの用語は、理解が後回しになっている生徒が多い。用語を理解し、命題の真偽の確認ができれば、確実に得点できるので、数直線や集合の包含関係を利用して命題の真偽を確認する方法についても身に付けていこう。

<2次関数>

まずはグラフを描いて考えることを習慣化すること。軸を中心として線対称になっているグラフがきちんと描けるようになれば、最大・最小やグラフの位置など、この分野の根幹の部分についても理解が進むはずである。最初は係数に文字が含まれない固定したグラフを描き、慣れてきたら係数に文字を含んだ2次関数のグラフについても考えるとよい。係数に文字を含んだ2次関数の問題を解く際には、漠然と問題を解くのではなく、何に着目した場合分けであるかなど理解しながら、学習を進めていこう。

<図形と計量>

2次関数ではグラフを描くことを習慣化することを述べたが、この分野は図を描いて考えることを習慣化しよう。その際には解き進めていく中でわかった長さや角の大きさを書き込むために図を大きく描くようにしたい。正弦定理や余弦定理を与えられた条件から使い分けていく力が求められるが、公式や定理を覚えただけではこれらの力は付かない。与えられた条件から、何が使えて何が使えないか取捨選択することを意識して日々の演習に取り組もう。

<データの分析>

この分野では、多くの用語を扱うので、まずは用語の定義を正確に覚えることから始めよう。そのうえで、平均値、分散、相関係数などの値を問題演習を通じて計算できるようにしたい。また、箱ひげ図や散布図からデータの特徴を読み取れることも重要である。データの見方は、教科書などを通してしっかりと理解しておこう。

<場合の数と確率>

場合の数や確率の分野では、数え上げるために

う工夫の考え方から学習していくが、順列や組合せの記号が出てくると急に公式に頼って場合の数を求めようとする傾向が強く見られる。公式を覚えることは悪いことではないが、未消化のまま使うのは非常に危険である。漏れなく、重複することなく数え上げる考え方について、樹形図と合わせて説明できるくらいまで理解を深めよう。

<整数の性質>

約数と倍数の考え方、整数の割り算の表現は、整数を扱ううえで基本的な数や式の見方となる。ここから、余りによる整数の分類、ユークリッドの互除法、方程式の整数解へと発展していく。整数問題は、形式的な解法の暗記では対応しきれない問題も多い。整数特有の性質を根本から理解することを目指して演習を積んでいこう。また、記数法についても普段我々が扱う10進法と比較することで考え方を理解しておこう。

<図形の性質>

「三角形の性質（辺と角の大小関係、角の二等分線の性質、重心、外心、内心など）、チェバ・メネラウスの定理」と「円の性質（四角形が円の内接する条件、方べきの定理など）」を図と合わせて正しく理解することが重要である。図形と計量と同様、まずは図を大きく描くことから心がけていこう。