

数 学 ② [数学Ⅱ 数学Ⅱ・数学B]

(100点)
(60分)

この問題冊子には、「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎、簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～33	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。

① 受験番号欄

受験番号（数字及び英字）を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

② 氏名欄、試験場コード欄

氏名・フリガナ及び試験場コード（数字）を記入しなさい。

③ 解答科目欄

解答する科目を一つ選び、科目の下の○にマークしなさい。マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。

- 5 選択問題については、解答する問題を決めたあと、その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし、指定された問題数をこえて解答してはいけません。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**， **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**， **イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ， $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ， $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ， $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅱ・数学B

問題	選択方法
第1問	必答
第2問	必答
第3問	いずれか2問を選択し、 解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 実数 x, y は

$$3^{1+\log_{10}x} - 5^y = 1 \quad \dots\dots\dots (*)$$

を満たしている。このとき

$$K = \frac{5^y}{3} + 3^{-\log_{10}x}$$

の最小値を求めよう。

真数の条件により $x > \boxed{\text{ア}}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。次に、(*)より

$$5^y = \boxed{\text{イ}} \cdot 3^{\log_{10}x} - 1$$

である。 $z = 3^{\log_{10}x}$ とおくと、 $5^y > 0$ であるから、 z のとり得る値の範囲は

$$z > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。さらに

$$K = z + \frac{\boxed{\text{オ}}}{z} - \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}$$

となるから、 K は $z = \boxed{\text{キ}}$ のとき、最小値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。このとき、 $x = \boxed{\text{コ}}$ 、 $y = \log_{\boxed{\text{サ}}}\boxed{\text{シ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は18ページに続く。)

(下書き用紙)

数学Ⅱ・数学B第1問の試験問題は次ページに続く。

数学Ⅱ・数学B

- [2] a を正の定数とする。点 O を原点とする座標平面において、中心が O で、半径が 1 の円と半径が 2 の円をそれぞれ C_1, C_2 とする。 $\theta \geq 0$ を満たす実数 θ に対して、角 $a\theta$ の動径と C_1 との交点を P とし、角 $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{3}$ の動径と C_2 との交点を Q とする。ここで、動径は O を中心とし、その始線は x 軸の正の部分とする。

(1) $\theta = \pi$ のとき、 Q の座標は $(\sqrt{\boxed{\text{ス}}}, \boxed{\text{セ}})$ である。

(2) 3点 O, P, Q がこの順に一直線上にあるような最小の θ の値は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}} \pi$$

である。 θ が

$$0 \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}} \pi$$

の範囲を動くとき、円 C_2 において点 Q の軌跡を弧とする おうぎ 扇形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}} a + \boxed{\text{ト}}} \pi$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) 線分 PQ の長さの 2 乗 PQ^2 は

$$\boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}} a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\theta\right)$$

である。

(4) x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}} a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\right)x$$

とおき、 $f(x)$ の正の周期のうち最小のものが 4π であるとする、

$$a = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \text{ である。}$$

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

a を正の実数とし、 x の2次関数 $f(x)$ 、 $g(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2$$

$$g(x) = -x^2 + 3ax - 2a^2$$

とする。また、放物線 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ をそれぞれ C_1 、 C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 の共有点を P とすると、点 P の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} a, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} a^2 \right)$

である。また、点 P における C_1 の接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} ax - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} a^2$$

である。

- (2) C_1 と x 軸および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。ま

た、 C_2 と x 軸の交点の x 座標は $\boxed{\text{サ}}$ 、 $\boxed{\text{シス}}$ であり、 C_2 と x 軸で囲ま

れた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} a^3$ である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

- (3) $0 \leq x \leq 2$ の範囲で、二つの放物線 C_1 , C_2 と 2 直線 $x=0$, $x=2$ で囲まれた図形を R とする。 R の中で、 $y \geq 0$ を満たすすべての部分の面積 $S(a)$ は

$$0 < a \leq \boxed{\text{タ}} \text{ のとき } S(a) = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} a^3 + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$\boxed{\text{タ}} < a \leq \boxed{\text{チ}} \text{ のとき}$$

$$S(a) = -\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} a^3 + \boxed{\text{ト}} a^2 - \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニ}}$$

$$\boxed{\text{チ}} < a \text{ のとき } S(a) = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。したがって、 a が $a > 0$ の範囲を動くとき、 $S(a)$ は $a = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ で

最小値 $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとる。

数学Ⅱ・数学B

第3問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は初項が7, 公差が -4 の等差数列とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{アイ}} n + \boxed{\text{ウエ}}$$

であり, 初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n$$

である。

- (2) 数列 $\{b_n\}$ は, 第 n 項が

$$b_n = pn^2 - qn - r$$

という n の2次式で表され

$$b_{n+1} - 2b_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{1}$$

を満たすとする。このとき

$$p = \boxed{\text{ク}}, \quad q = \boxed{\text{ケ}}, \quad r = \boxed{\text{コ}}$$

であり, $b_1 = \boxed{\text{サシ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

さらに、次の条件によって定まる数列 $\{c_n\}$ を考えよう。

$$c_1 = 1$$

$$c_{n+1} - 2c_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②より、 $d_n = c_n - b_n$ とおくと

$$d_{n+1} - \boxed{\text{ス}} d_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。これより、数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{n-1} + \boxed{\text{ク}} n^2 - \boxed{\text{ケ}} n - \boxed{\text{コ}}$$

である。

数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $\sum_{k=1}^n c_k$ は

$$\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^n + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} n^3 - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} n^2 - \frac{\boxed{\text{ニ又}}}{\boxed{\text{ネ}}} n - \boxed{\text{ノ}}$$

となる。

数学Ⅱ・数学B

第4問 (選択問題) (配点 20)

四面体OABCにおいて、 $OA = OB = BC = \sqrt{2}$ 、 $OC = CA = AB = \sqrt{3}$ である。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 、 $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく。

(1) $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \boxed{\text{ア}}$ であり、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

また、 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、 $\vec{c} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(2) 直線 AB 上の点 P を $\vec{CP} \cdot \vec{a} = 0$ であるようにとると

$$\vec{CP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b} - \vec{c}$$

となり、点 P は線分 AB を $1 : \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に内分する。また、 $\vec{CP} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ス}}$

であり、 $|\vec{CP}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

\vec{CP} は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の各辺と垂直であるから、直線 CP は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ を含む平面に垂直である。ただし、 $\boxed{\text{チ}}$ については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① ABC ② OBC ③ OAC ④ OAB

三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であるから、四面体 OABC の体積は

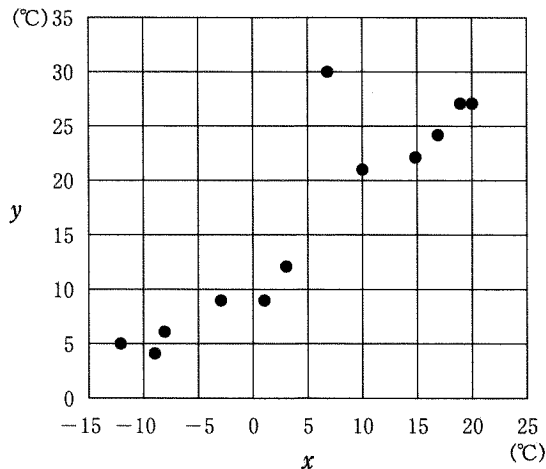
$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

数学Ⅱ・数学B

第5問 (選択問題) (配点 20)

ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量 x ，最高気温を変量 y とする。ただし，単位は $^{\circ}\text{C}$ とし，最低気温と最高気温は，一日の最低気温と最高気温について月ごとに平均をとり，小数第1位を四捨五入したものとする。

次の図は，変量 x と変量 y の相関図(散布図)である。



以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで〇にマークすること。

(1) 1月から12月までの変量 x は次のとおりであった。

-12, -9, -3, 3, 10, 17, 20, 19, 15, 7, 1, -8 (単位は $^{\circ}\text{C}$)

この12個の値の平均値は . $^{\circ}\text{C}$ ，中央値は . $^{\circ}\text{C}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (2) 1月から12月までの12か月を、変数 x が 0°C 未満の四つの月からなるAグループと、 0°C 以上の八つの月からなるBグループとに分けて分析した。このとき、Aグループにおける変数 x の平均値は . $^{\circ}\text{C}$ であり、分散は . である。

また、Aグループにおける変数 y の平均値は 6.0°C で、Bグループにおける変数 y の平均値は 21.5°C であった。このとき、1月から12月までの変数 y の平均値は . $^{\circ}\text{C}$ である。

変数 x と変数 y の相関図のデータの中で、入力ミスが見つかった。変数 x の値が 7°C 、変数 y の値が 30°C となっている月の変数 y の値は、正しくは 18°C であった。

- (3) この誤りを修正すると、変数 y の平均値は . $^{\circ}\text{C}$ 減少する。また、変数 y の分散は する。ただし、 については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 修正前より増加 ① 修正前より減少 ② 修正前と一致

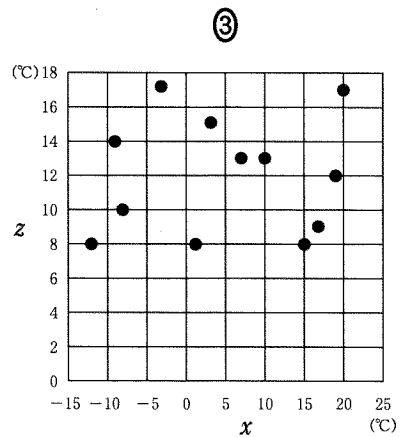
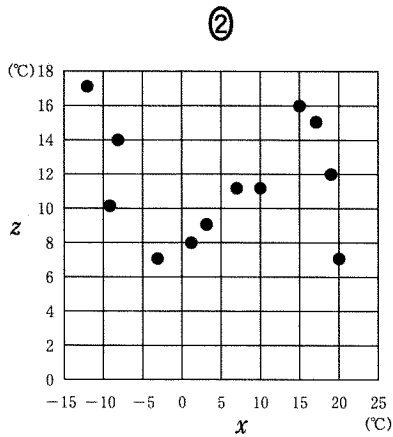
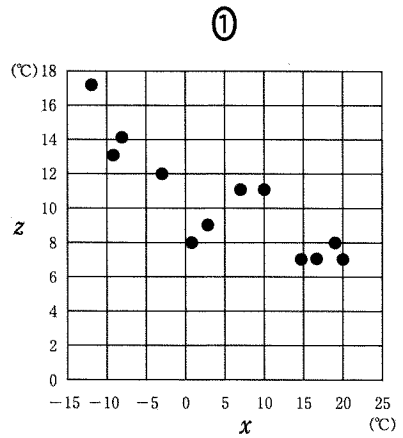
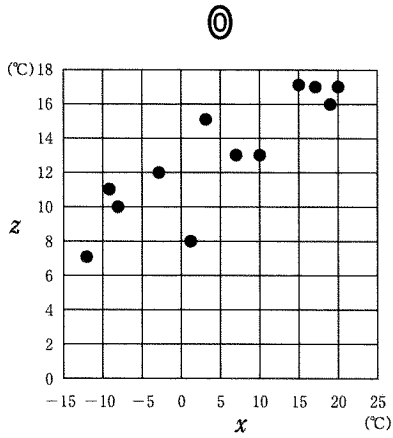
- (4) 修正前の変数 y の中央値は $^{\circ}\text{C}$ であるが、修正後には変数 y の中央値は $^{\circ}\text{C}$ となる。 , の数値として適当なものを、相関図を参考にして、次の①～③のうちから一つずつ選べ。

- ① 13.5 ① 15.0 ② 16.5 ③ 18.0

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (5) 誤りを修正した後の寒暖の差(最高気温と最低気温の差)を変量 $z(=y-x)$ とする。変量 z の平均値は **テト**.**ナ**℃であり、変量 x と変量 z の相関図として適当なものは **ニ** である。ただし、**ニ** については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (6) この都市の1月から12月までの最低気温 x と寒暖の差 z について、
 又 という傾向があると考えられる。 又 に当てはまるものを、次の
 ①～④のうちから一つ選べ。

- ① 正の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ② 正の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ③ 負の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ④ 負の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ⑤ 相関関係はほとんどなく、最低気温によって寒暖の差は影響を受けない

数学Ⅱ・数学B

第6問 (選択問題) (配点 20)

互除法(ユークリッドの互除法)によって自然数 x , y の最大公約数を求めるため、次の〔プログラム〕を作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
  ア
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180 PRINT イ
190 GOTO ウ
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO エ
270 END
```

ただし、ア は3行からなり、変数 X と変数 Y の値を交換する処理を表す。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

- (1) [プログラム]の に入る3行に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | |
|---|---|
| ① $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET X=Y} \\ 140 \quad \text{LET Y=Z} \\ 150 \quad \text{LET Z=X} \end{array} \right.$ | ② $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET X=Y} \\ 140 \quad \text{LET Z=X} \\ 150 \quad \text{LET Y=Z} \end{array} \right.$ |
| ② $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Y=Z} \\ 140 \quad \text{LET Z=X} \\ 150 \quad \text{LET X=Y} \end{array} \right.$ | ③ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Y=Z} \\ 140 \quad \text{LET X=Y} \\ 150 \quad \text{LET Z=X} \end{array} \right.$ |
| ④ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Z=X} \\ 140 \quad \text{LET X=Y} \\ 150 \quad \text{LET Y=Z} \end{array} \right.$ | ⑤ $\left\{ \begin{array}{l} 130 \quad \text{LET Z=X} \\ 140 \quad \text{LET Y=Z} \\ 150 \quad \text{LET X=Y} \end{array} \right.$ |

- (2) に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① X ② Y ③ R ④ X*Y ⑤ X*R ⑥ Y*R

- (3) , に当てはまる行番号を、次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。

- ① 100 ② 170 ③ 210 ④ 230 ⑤ 260 ⑥ 270

- (4) [プログラム]を実行して、変数Xに98, また変数Yに54を入力したとき、170行は 回, 220行は 回実行される。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(5) [プログラム]中の次の3行

210 LET R=X

220 LET R=R-Y

230 IF R>=Y THEN GOTO 220

で行う処理は、で置き換えることができる。に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。

① LET R=X-INT(X/Y)*X

② LET R=X-INT(X/Y)*Y

③ LET R=Y-INT(X/Y)*Y

④ LET R=X-INT(Y/X)*X

⑤ LET R=Y-INT(Y/X)*Y

⑥ LET R=Y-INT(Y/X)*X

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

[プログラム]を変更して、 x と y の最大公約数の代わりに x と y の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 x と y の最小公倍数と最大公約数について、ケ。このことを用いると、新たに

LET T= コ

という行を[プログラム]のサの部分に挿入し、さらにイをシに変更することで、 x と y の最小公倍数を求めることができる。

(6) ケ に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは、 $x > y$ の場合だけである
- ② 最小公倍数と最大公約数の和は、 x と y の和に等しい
- ③ 最小公倍数と最大公約数の差は、 x と y の差に等しい
- ④ 最小公倍数と最大公約数の積は、 x と y の積に等しい
- ⑤ 最小公倍数を最大公約数で割った商は、 x を y で割った商に等しい

(7) コ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① $X > Y$
- ② $X < Y$
- ③ $X + Y$
- ④ $X - Y$
- ⑤ $X * Y$
- ⑥ X / Y

(8) サ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 100行の前
- ② 100行と110行の間
- ③ 160行と170行の間
- ④ 200行と210行の間
- ⑤ 250行と260行の間
- ⑥ 260行と270行の間

(9) シ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① T / X
- ② T / Y
- ③ X / T
- ④ T
- ⑤ $X * T$
- ⑥ $Y * T$