Ⓢ

数　学　②

数学Ⅱ

（100点 60分）

この問題冊子には，**「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」**の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎，簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～33	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号（数字及び英字）を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄，試験場コード欄**

氏名・フリガナ及び**試験場コード**（数字）を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目の下の◯に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

5　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数　学　II

（全　問　必　答）

第1問　（配点　30）

〔1〕　$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq 0$ のとき，関数

$$y = \cos 2\theta + \sqrt{3}\sin 2\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta$$

の最小値を求めよう。

$t = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ とおくと

$$t^2 = \boxed{\text{ア}}\cos^2\theta + \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\sin\theta\cos\theta + \boxed{\text{エ}}$$

であるから

$$y = t^2 - \boxed{\text{オ}}\,t - \boxed{\text{カ}}$$

となる。また

$$t = \boxed{\text{キ}}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}\right)$$

である。

（数学II第1問は次ページに続く。）

$\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$ のとり得る値の範囲は

$$-\frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}} \leqq \theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}} \leqq \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$$

であるから，t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{コサ}} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。したがって，y は $t = \boxed{\text{ス}}$，すなわち $\theta = -\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$ のとき，

最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 自然数 x で，条件

$$12(\log_2\sqrt{x})^2 - 7\log_4 x - 10 > 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$x + \log_3 x < 14 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を満たすものを求めよう。

まず，x を正の実数として，条件 ① を考える。① は $X = \log_2 x$ とおくと

$$6X^2 - \boxed{\text{チ}}X - \boxed{\text{ツテ}} > 0$$

となる。この 2 次不等式を解くと

$$X < -\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} < X$$

となる。したがって，条件 ① を満たす最小の自然数 x は $\boxed{\text{ネ}}$ であり，

$\boxed{\text{ネ}}$ 以上のすべての自然数 x は ① を満たす。

（数学Ⅱ第 1 問は次ページに続く。）

次に，条件②について考えると，②を満たす最大の自然数 x は $\boxed{\text{ノハ}}$

であり， $\boxed{\text{ノハ}}$ 以下のすべての自然数 x は②を満たす。

したがって，求める x は $\boxed{\text{ネ}}$ 以上 $\boxed{\text{ノハ}}$ 以下の自然数である。

数学Ⅱ

第2問 （配点　30）

座標平面上で，放物線 $y = x^2$ を C とする。

曲線 C 上の点Pの x 座標を a とする。点Pにおける C の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{アイ}}\,x - a^{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。$a \neq 0$ のとき直線 ℓ が x 軸と交わる点をQとすると，Qの座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$$

である。

$a > 0$ のとき，曲線 C と直線 ℓ および x 軸で囲まれた図形の面積を S とすると

$$S = \frac{a^{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

である。

$a < 2$ のとき，曲線 C と直線 ℓ および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積を T とすると

$$T = -\frac{a^3}{\boxed{\text{コ}}} + \boxed{\text{サ}}\,a^2 - \boxed{\text{シ}}\,a + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

（数学Ⅱ第2問は次ページに続く。）

$a=0$ のときは $S=0$，$a=2$ のときは $T=0$ であるとして，$0 \leqq a \leqq 2$ に対して $U=S+T$ とおく。a がこの範囲を動くとき，U は $a=\boxed{\text{ソ}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ をとり，$a=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ をとる。

第3問 （配点　20）

Oを原点とする座標平面上に正六角形OABCDEがある。ただし，頂点は時計の針の回転と逆の向きにO，A，B，C，D，Eの順に並んでいるものとする。また，直線OAの方程式は$y = 3x$，直線BEの方程式は$y = 3x + 2$であるとする。点A，Dの座標と正六角形OABCDEの外接円の方程式を求めよう。

原点を通り，直線OAに垂直な直線ℓの方程式は

$$y = -\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}x$$

であり，直線CDの方程式は$y = \boxed{\text{イ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$である。Dは$\ell$と直線CDの交点であるから，Dの座標は

$$\left(-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}},\ \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$$

である。

（数学Ⅱ第3問は次ページに続く。）

また，OA：OD $= 1 : \sqrt{\boxed{キ}}$ であるから OA $= \dfrac{2\sqrt{\boxed{クケ}}}{\boxed{コサ}}$ であり，

A の座標は

$$\left(\frac{2\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{スセ}},\ \frac{2\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ソ}}\right)$$

となる。外接円の中心は線分 AD の中点で，その半径は正六角形 OABCDE の 1 辺の長さに等しいから，外接円の方程式は

$$\left(x+\frac{\boxed{タ}-\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{スセ}}\right)^2+\left(y-\frac{\boxed{チ}+\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ソ}}\right)^2=\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テト}}$$

である。

第4問 （配点　20）

a，b は実数で，$P(x)$ と $Q(x)$ はそれぞれ2次と3次の整式であるとする。$Q(x)$ は $P(x)$ で割り切れて，商が $x+a$ であるとする。このとき

$$Q(x)=\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)P(x)$$

が成り立つ。さらに，$\{P(x)\}^2$ を $Q(x)$ で割ったとき，商が $x+b$，余りが $P(x)$ であるとする。このとき

$$\{P(x)\}^2=\left(x+\boxed{\text{イ}}\right)Q(x)+P(x)$$

が成り立つ。上の二つの等式から

$$\{P(x)\}^2=\left\{\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)\left(x+\boxed{\text{イ}}\right)+\boxed{\text{ウ}}\right\}P(x)$$

となる。したがって

$$P(x)=x^2+\left(a+\boxed{\text{エ}}\right)x+\boxed{\text{オ}}\,b+\boxed{\text{カ}}$$

である。

（数学Ⅱ第4問は次ページに続く。）

方程式 $Q(x)=0$ の三つの解を α, β, γ とする。

$\alpha+\beta+\gamma=-5$ のとき

$$b=\boxed{\text{キク}}\,a+\boxed{\text{ケ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

であり，このとき，$Q(x)=0$ が虚数解をもつような a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}}<a<\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

一方，$\alpha\beta\gamma=-6$ のとき

$$b=\frac{-a+\boxed{\text{ス}}}{a^{\boxed{\text{セ}}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。

① と ② がともに成り立つとき

$$\boxed{\text{ソ}}\,a^3-\boxed{\text{タ}}\,a^2-a+\boxed{\text{チ}}=0 \quad \cdots\cdots ③$$

であり，③ を満たす a の値は

$$\boxed{\text{ツテ}},\ \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \boxed{\text{ニ}}$$

の三つである。このうち $Q(x)=0$ が虚数解をもつような a の値は $\boxed{\text{ヌ}}$ 個ある。

（下 書 き 用 紙）