

試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

Z

数 学 ① 数学 I

(100 点)
(60 分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 I	4～11	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数 学 I ・ 数 学 A	12～19	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 5 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号（－，＋）又は数字（0～9）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に -83 と答えたいとき

ア		±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7		9
ウ	⊖	±	0	1	2		4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが 2 度以上現れる場合、原則として、2 度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\quad}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 5 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 25)

{ 1 } $A = \frac{1}{1 + \sqrt{3} + \sqrt{6}}, \quad B = \frac{1}{1 - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB = \frac{1}{(1 + \sqrt{6})^2 - \boxed{\text{ア}}} = \frac{\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり、また

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}} \sqrt{6}$$

である。以上により

$$A + B = \frac{\boxed{\text{カ}} - \sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 a を定数とし、二つの不等式

$$|2x + 13| \geq 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 2ax + 2a^2 + 10a + 15 \leq 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。

下の タ には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{3}$ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$$\textcircled{0} > \quad \textcircled{1} < \quad \textcircled{2} \geq \quad \textcircled{3} \leq$$

不等式 $\textcircled{1}$ の解は

$$x \leq \text{クケ}, \quad \text{コサ} \leq x$$

であり、これと次の 2 次不等式

$$x^2 + \text{シス}x + \text{セソ} \text{タ} 0$$

の解は一致する。

次に、不等式 $\textcircled{2}$ を満たす実数 x が存在するような a の値の範囲は

$$\text{チツ} - \sqrt{\text{テト}} \leq a \leq \text{チツ} + \sqrt{\text{テト}}$$

であり、この範囲にある最小の整数は ナニ である。

$a = \text{ナニ}$ のとき、二つの不等式 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ をともに満たす x の値の範囲は

$$\text{ヌネ} \leq x \leq \text{ノハ}$$

である。

数学 I

第 2 問 (配点 25)

座標平面上にある点 P は、点 A(−8, 8) から出発して、直線 $y = -x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 2 増加するように一定の速さで動く。また、同じ座標平面上にある点 Q は、点 P が A を出発すると同時に原点 O から出発して、直線 $y = 10x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 1 増加するように一定の速さで動く。出発してから t 秒後の 2 点 P, Q を考える。点 P が O に到達するのは $t = \boxed{\text{ア}}$ のときである。以下、 $0 < t < \boxed{\text{ア}}$ で考える。

- (1) 点 P と x 座標が等しい x 軸上の点を P' 、点 Q と x 座標が等しい x 軸上の点を Q' とおく。△OPP' と △OQQ' の面積の和 S を t で表せば

$$S = \boxed{\text{イ}} t^2 - \boxed{\text{ウエ}} t + \boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより $0 < t < \boxed{\text{ア}}$ においては、 $t = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で S は最小値

$\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

次に、 a を $0 < a < \boxed{\text{ア}} - 1$ を満たす定数とする。以下、
 $a \leq t \leq a + 1$ における S の最小・最大について考える。

(i) S が $t = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$

(ii) S が $t = a$ で最大となるような a の値の範囲は $0 < a \leq \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3 点 O, P, Q を通る 2 次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動

したものになるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり、 x 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ ，

y 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

数学 I

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において $AB = 6$, $BC = 2\sqrt{7}$, $CA = 4$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D , $\angle A$ の二等分線と $\triangle ABC$ の外接円との点 A と異なる交点を E とする。辺 AC の延長と、2 点 B, E を通る直線の交点を P とする。

(1) $\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また, $\cos \angle BAC = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ で

あるから, $\angle BAC = \boxed{\text{カキ}}^\circ$ である。

(2) 点 E から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を H とすると,

$\angle ECH = \boxed{\text{クケ}}^\circ$, $\angle EBH = \boxed{\text{コサ}}^\circ$ であるから, $HC = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ で

ある。したがって, $CE = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(3) $\triangle ABP$ において

$$\angle APB = 180^\circ - \angle BAP - (\angle CBP + \angle ABC) = \boxed{\text{チツ}}^\circ - \angle ABC$$

である。したがって、 $\sin \angle APB = \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(4) $\triangle ECP$ において、 $\sin \angle CEP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であるから、 $CP = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ で

ある。

数学 I

第 4 問 (配点 20)

a, b は $a > 0, b \leq 0$ である定数とし, t の 2 次方程式

$$t^2 + 4at + b = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。方程式 ① を $\left(t + \boxed{\text{ア}} a\right)^2 = \boxed{\text{イ}} a^2 - b$ と書き直す。

$b \leq 0$ であるから, 方程式 ① の実数解は

$$t = \boxed{\text{ウエ}} a \pm \sqrt{\boxed{\text{オ}} a^2 - b}$$

である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

方程式①と同じ a, b に対して, x の方程式

$$(x-2)^2 + 4a|x-2| + b = 0 \quad \dots\dots\dots ②$$

を考える。

- (1) $b = 0$ の場合, 方程式①の解は $t = \boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キク}}a$ である。このとき, 方程式②の実数解の個数は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

- (2) $b < 0$ の場合, 方程式①の 0 以上である実数解は

$$t = \boxed{\text{ウエ}}a + \sqrt{\boxed{\text{オ}}a^2 - b}$$

である。このとき, 方程式②の実数解の個数は $\boxed{\text{コ}}$ 個である。