試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

Z

数　学　①

数学Ⅰ・数学A

(100点 60分)

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	4〜11	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	12〜19	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

Ⅱ 解答上の注意

1 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−，±)又は数字(0〜9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 $\boxed{\text{アイウ}}$ に −83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5 根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

〔1〕 $A=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$,　$B=\dfrac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB=\frac{1}{(1+\sqrt{6})^2-\boxed{\text{ア}}}=\frac{\sqrt{6}-\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，また

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\boxed{\text{エ}}+\boxed{\text{オ}}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A+B=\frac{\boxed{\text{カ}}-\sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 三角形に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p：三つの内角がすべて異なる

q：直角三角形でない

r：45° の内角は一つもない

条件 p の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$, $\overline{r}$ はそれぞれ条件 q, r の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow$ (p または q)」の対偶は「 $\boxed{\text{ク}}$ $\Longrightarrow \overline{r}$ 」である。

$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ (p かつ q)　① ($\overline{p}$ かつ $\overline{q}$)

② ($\overline{p}$ または q)　③ ($\overline{p}$ または $\overline{q}$)

(2) 次の⓪～④のうち，命題「(p または q) $\Longrightarrow r$ 」に対する反例となっている三角形は $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形

① 内角が 30°, 45°, 105° の三角形

② 正三角形

③ 三辺の長さが 3, 4, 5 の三角形

④ 頂角が 45° の二等辺三角形

(3) r は (p または q) であるための $\boxed{\text{サ}}$ 。

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 （配点　25）

座標平面上にある点Pは，点A$(-8,\ 8)$から出発して，直線$y=-x$上をx座標が1秒あたり2増加するように一定の速さで動く。また，同じ座標平面上にある点Qは，点PがAを出発すると同時に原点Oから出発して，直線$y=10x$上をx座標が1秒あたり1増加するように一定の速さで動く。出発してからt秒後の2点P，Qを考える。点PがOに到達するのは$t=\boxed{\text{ア}}$のときである。以下，$0<t<\boxed{\text{ア}}$で考える。

(1)　点Pとx座標が等しいx軸上の点をP′，点Qとx座標が等しいx軸上の点をQ′とおく。△OPP′と△OQQ′の面積の和Sをtで表せば

$$S=\boxed{\text{イ}}\,t^2-\boxed{\text{ウエ}}\,t+\boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより$0<t<\boxed{\text{ア}}$においては，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$で$S$は最小値$\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$をとる。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

次に，a を $0 < a < \boxed{\text{ア}} - 1$ を満たす定数とする。以下，$a \leqq t \leqq a + 1$ における S の最小・最大について考える。

(i) S が $t = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leqq a \leqq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$ である。

(ii) S が $t = a$ で最大となるような a の値の範囲は $0 < a \leqq \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3 点 O，P，Q を通る 2 次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり，x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

第3問 （配点　30）

点Oを中心とする半径3の円Oと，点Oを通り，点Pを中心とする半径1の円Pを考える。円Pの点Oにおける接線と円Oとの交点をA，Bとする。また，円Oの周上に，点Bと異なる点Cを，弦ACが円Pに接するようにとる。弦ACと円Pの接点をDとする。このとき

$$\mathrm{AP} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}, \qquad \mathrm{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。さらに，$\cos\angle\mathrm{OAD} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\mathrm{AC} = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ であり，$\triangle\mathrm{ABC}$ の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(1) 円Oの周上に，点Eを線分CEが円Oの直径となるようにとる。△ABCの内接円の中心をQとし，△CEAの内接円の中心をRとする。このとき，

$QR = \dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。したがって，内接円Qと内接円Rは $\boxed{\text{ニ}}$。

$\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 内接する　　① 異なる2点で交わる

② 外接する　　③ 共有点を持たない

(2) $AQ = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ であるから，$PQ = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ となる。

したがって，$\boxed{\text{ホ}}$。

$\boxed{\text{ホ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 点Pは内接円Qの周上にある

① 点Qは円Pの周上にある

② 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの内部にある

③ 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの外部にある

第4問 （配点　25）

(1)　1から4までの数字を，重複を許して並べてできる4桁（けた）の自然数は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

(2)　(1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1から4までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

(3)　(1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1331のように，異なる二つの数字を2回ずつ使ってできるものの個数を，次の考え方に従って求めよう。

(i)　1から4までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(ii)　(i)で選んだ数字のうち小さい方を，一・十・百・千の位のうち，どの2箇所に置くか決める。置く2箇所の決め方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると，大きい方の数字を置く場所は残りの2箇所に決まる。

(iii)　(i)と(ii)より，求める個数は $\boxed{\text{クケ}}$ 個である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(4) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数を，それぞれ別々のカードに書く。できた $\boxed{\text{アイウ}}$ 枚のカードから 1 枚引き，それに書かれた数の四つの数字に応じて，得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき　9 点
- 2 回現れる数字が二つあるとき　3 点
- 3 回現れる数字が一つと，
1 回だけ現れる数字が一つあるとき　2 点
- 2 回現れる数字が一つと，
1 回だけ現れる数字が二つあるとき　1 点
- 数字の重複がないとき　0 点

(i) 得点が 9 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$，得点が 3 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(ii) 得点が 2 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$，得点が 1 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 点である。