2016 年度大学入試センター試験　解説〈数学Ⅱ・B〉

第 1 問

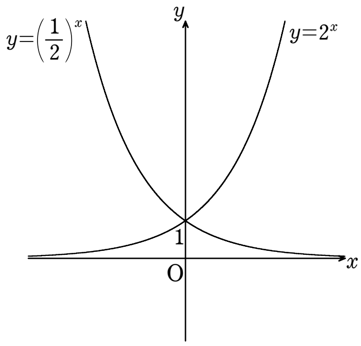
〔１〕

(1)　$8=2^3$ より，$8^{\frac{5}{6}}=\left(2^3\right)^{\frac{5}{6}}=2^{\frac{5}{2}}=2^{2+\frac{1}{2}}=2^2\times2^{\frac{1}{2}}=\underline{\underline{4\sqrt{2}}}$　……ア，イ

また，底の変換公式を用いると，

$$\log_{27}\frac{1}{9}=\frac{\log_3\frac{1}{9}}{\log_3 27}=\frac{\log_3 3^{-2}}{\log_3 3^3}=\underline{\underline{\frac{-2}{3}}}$$　……ウエ，オ

である。



(2)　$y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフは，それぞれ右図のようになり，この 2 つのグラフは

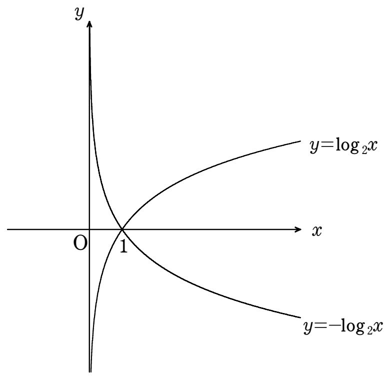
y 軸に関して対称　$\left(\cdots\cdots\underline{\underline{②}}\right)$　……カ

である。

ここで，$a>0$, $a\neq1$ のとき，

$y=a^x$ と $y=\log_a x$ のグラフが直線 $y=x$ に関して対称であることから，$y=2^x$ のグラフと $y=\log_2 x$ のグラフは

直線 $y=x$ に関して対称　$\left(\cdots\cdots\underline{\underline{③}}\right)$　……キ



である。さらに，$y=\log_{\frac{1}{2}} x$ と $y=\log_2\frac{1}{x}$ は,

$$\log_{\frac{1}{2}} x=\frac{\log_2 x}{\log_2\frac{1}{2}}=\frac{\log_2 x}{\log_2 2^{-1}}=\frac{\log_2 x}{-1}=-\log_2 x$$

$$\log_2\frac{1}{x}=\log_2 1-\log_2 x=-\log_2 x\quad\left(\log_2 1=0 \text{ より}\right)$$

であるから，いずれのグラフも右図のように，

$y=\log_2 x$ のグラフと x 軸に関して対称　$\left(\cdots\cdots\underline{\underline{①}}\right)$　……ク および ケ

である。

(3)　$\log_2 \dfrac{x}{4} = \log_2 x - \log_2 4 = \log_2 x - \log_2 2^2 = \log_2 x - 2$

さらに，底の変換公式を用いると，

$$\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{\log_2 x}{2}$$

であるから，$t = \log_2 x$ とおくと，

$$\begin{aligned} y &= \left(\log_2 \frac{x}{4}\right)^2 - 4\log_4 x + 3 \\ &= (\log_2 x - 2)^2 - 4 \times \frac{\log_2 x}{2} + 3 \\ &= (t-2)^2 - 4 \times \frac{t}{2} + 3 \\ &= t^2 - 4t + 4 - 2t + 3 \\ &= t^2 - \underline{\underline{6}}\,t + \underline{\underline{7}} \end{aligned}$$

……コ，サ

$y = \log_2 x$ のグラフより，$t = \log_2 x$ で $x > 0$ の範囲を動くとき，

t のとり得る値の範囲は実数全体　(……$\underline{\underline{③}}$) である。 ……シ

したがって，

$$\begin{aligned} y &= t^2 - 6t + 7 \\ &= (t-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

より，$t = \underline{\underline{3}}$ のとき，すなわち， ……ス

$\log_2 x = 3$ より，$x = 2^3 = \underline{\underline{8}}$ のとき， ……セ

y は最小値 $\underline{\underline{-2}}$ をとる。 ……ソタ

〔２〕

$$\cos^2 x - \sin^2 x + k\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) = 0 \quad \cdots\cdots ①$$

(1)　① の左辺を整理すると，

$$\begin{aligned} &\cos^2 x - \sin^2 x + k \times \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x - \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x \cos x)^2} k \end{aligned}$$

であるから，① は

$$\left\{1 - \frac{k}{(\sin x \cos x)^2}\right\}(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

と変形でき，この両辺に $\cos^2 x \sin^2 x$ をかけると，

$$\left\{(\sin x \cos x)^2 - k\right\}(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

となる。

これに，2倍角の公式

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x,$$
$$2\sin x\cos x = \sin 2x$$

を用いて ① を変形すると

$$\left\{\left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2 - k\right\}\cos 2x = 0$$

すなわち，

$$\left(\frac{\sin^2 2x}{4} - k\right)\cos 2x = 0 \qquad \cdots\cdots②$$ ……チ

を得る。ここで，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ において $\cos 2x = 0$ となるのは，$0 < 2x < \pi$ より，

$$2x = \frac{\pi}{2} \quad \text{すなわち} \quad x = \frac{\pi}{4}$$

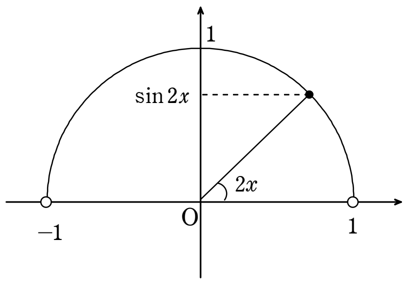
のときであり，このとき ② は成り立つ。

したがって，k の値に関係なく，$x = \dfrac{\pi}{4}$ のときはつねに ① が成り立つ。……③ ……ツ

また，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ より，$0 < 2x < \pi$ であるから，

$$0 < \sin 2x \leqq 1$$

これより，$0 < \sin^2 2x \leqq 1$ であるから，



$$\frac{\sin^2 2x}{4} - k = 0 \quad \text{すなわち} \quad \sin^2 2x = 4k \qquad \cdots\cdots④$$

を満たす x $\left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ は，$0 < 4k \leqq 1$ すなわち $0 < k \leqq \dfrac{1}{4}$ のときに存在し，

$k > \dfrac{1}{4}$ のとき，① を満たす x は ③ より，$\dfrac{\pi}{4}$ ……テ，ト

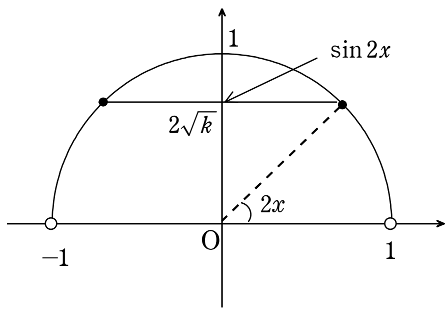
のみである。

ここで，$0 < k < \dfrac{1}{4}$ のとき，④ より $\sin 2x = \pm\sqrt{4k} = \pm 2\sqrt{k}$ であるが，

$0 < 2x < \pi$ のとき，$\sin 2x > 0$ より，

$$\sin 2x = 2\sqrt{k}$$

これを満たす $2x$ $(0 < 2x < \pi)$ は，右図の単位円から



2つあり，一方は，$0 < 2x < \dfrac{\pi}{2}$ すなわち $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$，

他方は，$\dfrac{\pi}{2} < 2x < \pi$ すなわち $\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2}$ にある。

これらはいずれも $x = \dfrac{\pi}{4}$ とは異なるので，このとき ① を満たす x の個数は3個である。 ……ナ

また，$k=\dfrac{1}{4}$ のとき，④ より，$\sin^2 2x=1$

であり，この x は $2x=\dfrac{\pi}{2}$　すなわち　$x=\dfrac{\pi}{4}$ となり，これは ③ のときの x と一致する。

したがって，このとき ① を満たす x の個数は $\underline{\underline{1}}$ 個である。　……ニ

(2)　$k=\dfrac{4}{25}$ のとき，$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より，$\dfrac{\pi}{2}<2x<\pi$ であるから，

$\cos 2x\neq 0$　すなわち ④ を満たす x について考えればよく，

$$\sin^2 2x=\frac{16}{25} \text{ より，} \sin 2x=\underline{\underline{\frac{4}{5}}}$$　……ヌ，ネ

ここで，$\dfrac{\pi}{2}<2x<\pi$ に注意すると，$\cos 2x<0$ より，

$$\cos 2x=-\sqrt{1-\sin^2 2x}=-\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=-\sqrt{\frac{9}{25}}=\underline{\underline{\frac{-3}{5}}}$$　……ノハ，ヒ

したがって，

$$\cos 2x=2\cos^2 x-1$$

より，

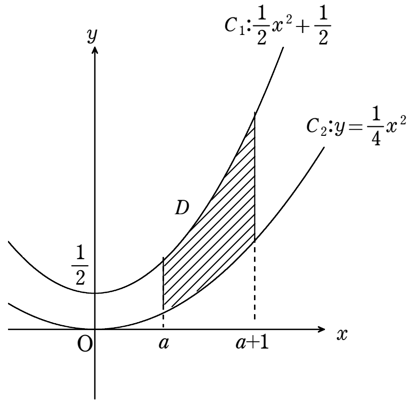
$$2\cos^2 x-1=-\frac{3}{5} \quad \text{すなわち} \quad 2\cos^2 x=\frac{2}{5}$$

これより，$\cos^2 x=\dfrac{1}{5}$ であり，$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より，$\cos x>0$ であるから，

$$\cos x=\frac{1}{\sqrt{5}}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{5}}}$$　……フ，ヘ

第 2 問

(1)　図形 D の面積 S は,



$$S=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x^2\right)dx$$
$$=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{\underline{\underline{4}}}x^2+\frac{1}{\underline{\underline{2}}}\right)dx \qquad \cdots\cdots\text{ア, イ}$$
$$=\left[\frac{1}{12}x^3+\frac{1}{2}x\right]_a^{a+1}$$
$$=\frac{1}{12}\left\{(a+1)^3-a^3\right\}+\frac{1}{2}\left\{(a+1)-a\right\}$$
$$=\frac{1}{12}(3a^2+3a+1)+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{a^2}{\underline{\underline{4}}}+\frac{a}{\underline{\underline{4}}}+\frac{7}{\underline{\underline{12}}} \qquad \cdots\cdots\text{ウ〜キ}$$

よって,

$$S=\frac{1}{4}\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{16}+\frac{7}{12}$$
$$=\frac{1}{4}\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{48}$$

であるから，S は $a=\dfrac{-1}{\underline{\underline{2}}}$ で，最小値 $\dfrac{25}{\underline{\underline{48}}}$ をとる。　……**ク〜セ**

(2)　直線 $y=1$ と，$C_1: y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$ の交点の x 座標は,

$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}=1$ より，$x^2=1$

よって，$x=\pm1$ より，交点の座標は,

$$\left(\pm\underline{\underline{1}},1\right) \qquad \cdots\cdots\text{ソ}$$

直線 $y=1$ と，$C_2: y=\frac{1}{4}x^2$ の交点の x 座標は，$\frac{1}{4}x^2=1$ より，$x^2=4$

よって，$x=\pm2$ より，交点の座標は,

$$\left(\pm\underline{\underline{2}},1\right) \qquad \cdots\cdots\text{タ}$$

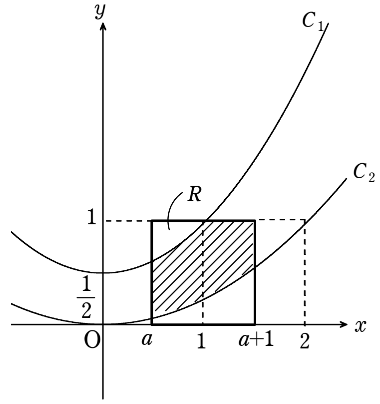
したがって,
$a\geqq0$ の範囲を動くとき，正方形 R と図形 D の共通部分が空集合にならないのは,

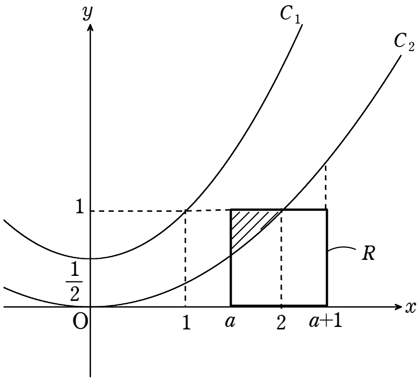
$0\leqq a$　かつ　$a\leqq2$

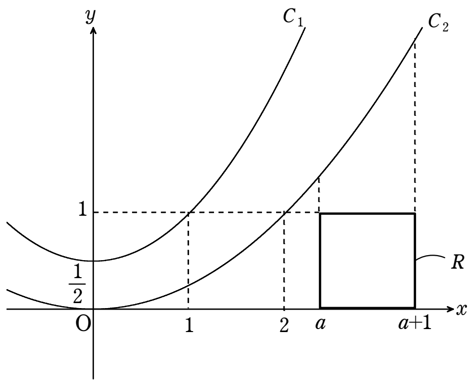
すなわち,

$0\leqq a\leqq\underline{\underline{2}}$　……**チ**

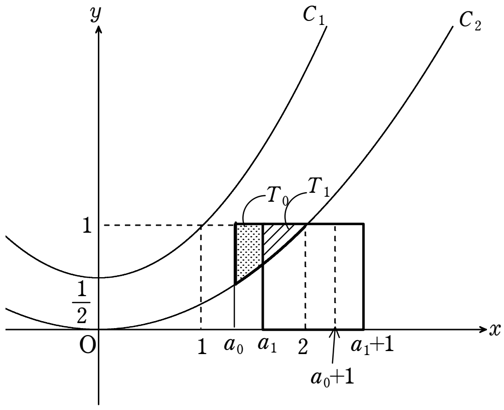
のときである。







$1 \leqq a \leqq 2$ の範囲で a が増加するとき，下図のように，a が a_0 から a_1 $\left(1 \leqq a_0 < a_1 \leqq 2\right)$ に変化する様子を考える。



a_0 に対応する T を T_0，a_1 に対応する T を T_1 とすると，T_1 は T_0 に含まれるので，

$1 \leqq a \leqq 2$ の範囲で a が増加するとき，T は減少する。(……①) ……ツ

したがって，T が最大となる a の値は，$0 \leqq a \leqq 1$ の範囲にある。

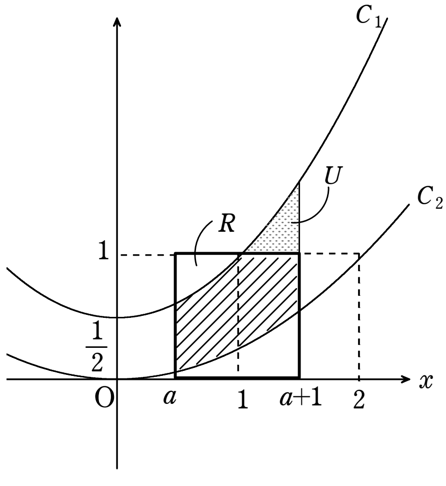
このとき，正方形 R の頂点 $(a, 1)$ は，

$$y \geqq \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

にあるので，右図のようになり，

図形 D のうち R の外側にある部分の面積 U は，

$$\begin{aligned} U &= \int_1^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - 1\right)dx \\ &= \int_1^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right)dx \\ &= \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x\right]_1^{a+1} \\ &= \frac{1}{6}\left\{(a+1)^3 - 1^3\right\} - \frac{1}{2}\left\{(a+1) - 1\right\} \end{aligned}$$



$$=\frac{1}{6}(a^3+3a^2+3a)-\frac{1}{2}a$$

$$=\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}$$ ……テ，ト

である。

よって，$0\leqq a\leqq 1$ において，

$$T=S-U$$

$$=\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}-\left(\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}\right)$$

$$=-\frac{a^3}{6}-\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}$$ ……ナ，ニ，ヌ

である。

$T=f(a)$ とおくと，

$$f'(a)=-\frac{a^2}{2}-\frac{a}{2}+\frac{1}{4}$$

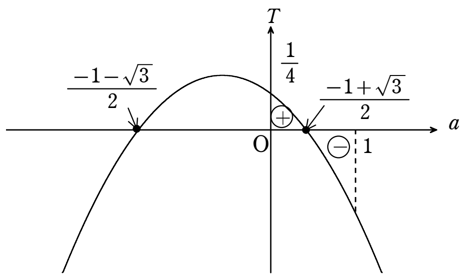
$$=-\frac{1}{4}(2a^2+2a-1)$$

であるから，

$$f'(a)=0 \quad \text{すなわち} \quad 2a^2+2a-1=0$$

となる a $(0\leqq a\leqq 1)$ が $a=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

であることより，$f(a)$ の増減表は右の表のようになる。



a	0	$\cdots$	$\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	1
$f'(a)$		$+$	0	$-$	
$f(a)$		$\nearrow$		$\searrow$	

これより，T は $a=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

で最大値をとることがわかる。 ……ネ～ヒ

第 3 問

$m \geqq 2$ のとき，分母が m である分数の項からなる数列を第$(m-1)$群と呼ぶことにする。第$(m-1)$群の分子は，1 から $m-1$ の値をとるので，第$(m-1)$群の項数は，$(m-1)$ 項である。……$(*)$

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{第1群},\ \underbrace{\frac{1}{3},\frac{2}{3}}_{第2群},\ \underbrace{\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4}}_{第3群},\ \underbrace{\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5}}_{第4群},\ \frac{1}{6},\ \cdots\cdots$$

(1)　$1+2+3+4+5=15$ より，a_{15} は第 5 群の末項である。

第 5 群の分母は 6 であり，　右のように並ぶので，

$$\underbrace{\frac{1}{6},\frac{2}{6},\frac{3}{6},\frac{4}{6},\frac{5}{6}}_{第5群}$$

$$a_{15}=\frac{5}{\underline{\underline{6}}}$$　　……**ア，イ**

また，分母に初めて 8 が現れるのは第 7 群の初項であり，第 1 群から第 6 群までの項の総数は，$(*)$より，

$$1+2+3+4+5+6=\frac{1}{2}\times6\times7=21$$

よって，第 7 群の初項は，$a_{\underline{\underline{22}}}$ である。　　……**ウエ**

(2)　第 M_k 項は第$(k-1)$群の初項である。(1)の後半と同様に，第 1 群から第$(k-2)$群までの項の総数は，$(*)$より，

$$1+2+\cdots\cdots+(k-2)=\frac{1}{2}(k-2)(k-1)=\frac{1}{2}k^2-\frac{3}{2}k+1$$

よって，

$$M_k=\left(\frac{1}{2}k^2-\frac{3}{2}k+1\right)+1=\frac{1}{\underline{\underline{2}}}k^2-\frac{3}{\underline{\underline{2}}}k+\underline{\underline{2}}$$　（$k=2$ のときも成立）　　……**オ〜ケ**

また，第 N_k 項は $N_k=M_{k+1}-1$ より，

$$\overbrace{\frac{1}{k},\ \frac{2}{k},\ \frac{3}{k},\ \cdots\cdots,\ \frac{k-1}{k}}^{第(k-1)群},\ \frac{1}{k+1}$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 第M_k項 & 第N_k項 & 第M_{k+1}項 \end{array}$$

$$\begin{aligned} N_k&=\frac{1}{2}\{(k+1)-2\}\{(k+1)-1\}+1-1 \\ &=\frac{1}{2}(k-1)k \\ &=\frac{1}{\underline{\underline{2}}}k^2-\frac{1}{\underline{\underline{2}}}k \end{aligned}$$　　……**コ〜ス**

である。

[N_k が第 1 群から第$(k-1)$群までの項の総数と一致していることを用いて

$$\begin{aligned} 1+2+\cdots\cdots+(k-1)&=\frac{1}{2}(k-1)k \\ &=\frac{1}{2}k^2-\frac{1}{2}k \end{aligned}$$

としてもよい。]

ここで，a_{104} が属する群を第$(k-1)$群とすると，

$$M_k \leqq 104 \leqq N_k$$

より，

$$\frac{1}{2}(k-2)(k-1)+1 \leqq 104 \leqq \frac{1}{2}(k-1)k$$

$$(k-2)(k-1)+2 \leqq 208 \leqq (k-1)k \quad \cdots\cdots①$$

であるから，$k=15$ のとき，

$$(k-2)(k-1)+2=13\times14+2=184$$
$$(k-1)k=14\times15=210$$

より，① を満たすから，a_{104} は第 14 群の項である。

ここで，

$$M_{15}=\frac{1}{2}\cdot13\cdot14+1=92$$

より，a_{104} は第 14 群の

$$104-92+1=13\text{（番目）}$$

の項であるから，

$$a_{104}=\frac{13}{\underline{\underline{15}}}$$ ……セ～チ

(3)　数列 $\{a_n\}$ の第 M_k 項から第 N_k 項までの和は，第 $(k-1)$ 群の項の総和で，このとき，分母は k であるから，分子には，1 から $k-1$ までが並ぶ。

よって，第 $(k-1)$ 群の分子だけの総和は，

$$1+2+\cdots\cdots+(k-1)=\frac{(k-1)k}{2}$$

より，求める和は

$$\frac{\frac{(k-1)k}{2}}{k}=\frac{k-1}{2}=\frac{1}{\underline{\underline{2}}}k-\frac{1}{\underline{\underline{2}}}\qquad\cdots\cdots②$$ ……ツ～ナ

したがって，初項から第 N_k 項までの総和は，第 1 群から第 $(k-1)$ 群の末項までの総和であり，② より，各群の項の総和が初項 $\frac{1}{2}$，公差 $\frac{1}{2}$ の等差数列となっていることに注意すると，

$$\frac{\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}\right)}{2}\times(k-1)=\frac{1}{4}k(k-1)=\frac{1}{\underline{\underline{4}}}k^2-\frac{1}{\underline{\underline{4}}}k$$ ……ニ～ノ

第 14 群の末項は (2)より a_{105} であるから，第 1 群から第 14 群までの項の総和が，

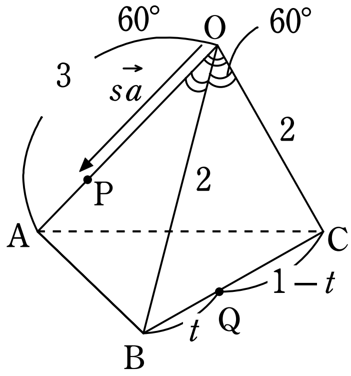
$$\sum_{n=1}^{105}a_n=\sum_{n=1}^{103}a_n+a_{104}+a_{105}$$

であることに注意して，

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{103}a_n&=\sum_{n=1}^{105}a_n-a_{104}-a_{105}\\&=\frac{1}{4}\times15\times14-\frac{13}{15}-\frac{14}{15}\\&=\frac{105}{2}-\frac{9}{5}=\frac{525-18}{10}=\frac{507}{\underline{\underline{10}}}\end{aligned}$$ ……ハ～ホ

第 4 問

(1)



$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ$$
$$=3\times2\times\frac{1}{2}=3$$
$$\vec{a}\cdot\vec{c}=|\vec{a}||\vec{c}|\cos 60^\circ$$
$$=3\times2\times\frac{1}{2}=3$$
$$\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}||\vec{c}|\cos 60^\circ$$
$$=2\times2\times\frac{1}{2}=2$$

より,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=3,\ \vec{b}\cdot\vec{c}=2 \qquad \cdots\cdots①$$ ……**ア，イ**

である。

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=-s\vec{a}+(1-t)\vec{b}+t\vec{c} \qquad \cdots\cdots②$$

より,

$$|\overrightarrow{PQ}|^2=\left\{-s\vec{a}+(1-t)\vec{b}+t\vec{c}\right\}\cdot\left\{-s\vec{a}+(1-t)\vec{b}+t\vec{c}\right\}$$
$$=s^2|\vec{a}|^2+(1-t)^2|\vec{b}|^2+t^2|\vec{c}|^2$$
$$-2s(1-t)\vec{a}\cdot\vec{b}-2st\,\vec{a}\cdot\vec{c}+2t(1-t)\vec{b}\cdot\vec{c}$$

これに，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$，および ① を用いて

$$|\overrightarrow{PQ}|^2=9s^2+4(1-t)^2+4t^2-6s(1-t)-6st+4t(1-t)$$
$$=9s^2-6s+4t^2-4t+4$$
$$=(3s-1)^2-1+(2t-1)^2-1+4$$
$$=(3s-1)^2+(2t-1)^2+2 \qquad \cdots\cdots③$$ ……**ウ～キ**

となる。

したがって，$|\overrightarrow{PQ}|$ が最小となるのは，③ が最小となるときであり，

$(3s-1)^2\geqq 0, (2t-1)^2\geqq 0$ であるから,

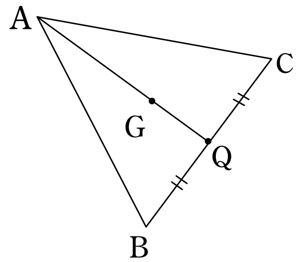
$3s-1=0$　かつ　$2t-1=0$　，すなわち $s=\dfrac{1}{3}$，$t=\dfrac{1}{2}$ ……**ク～サ**

のときである。

このとき，③ より,

$|\overrightarrow{PQ}|^2=2$ すなわち $|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{2}$ となる。 ……**シ**

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|=\sqrt{2}$ のとき，(1)より，$s=\dfrac{1}{3},\ t=\dfrac{1}{2}$ である。

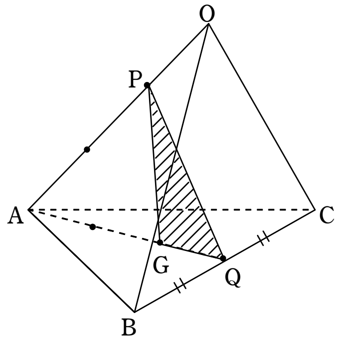


よって，② より

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$$

であるから，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}&=\vec{a}\cdot\left(-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)\\&=-\frac{1}{3}\left|\vec{a}\right|^2+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{c}\end{aligned}$$



$\left|\vec{a}\right|=3$ と ① より，

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=-\frac{1}{3}\times3^2+\frac{1}{2}\times3+\frac{1}{2}\times3=\underline{\underline{0}}$$ ……ス

よって，$\mathrm{OA}\perp\mathrm{PQ}$ より，$\angle\mathrm{APQ}=\underline{\underline{90}}°$ である。……セソ

したがって，三角形 APQ の面積を S とすると，

$$\mathrm{AP}=3-\mathrm{OP}=3-\frac{1}{3}\times3=2,\ \left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|=\sqrt{2}$$

であるから，

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{AP}\times\mathrm{PQ}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}=\underline{\underline{\sqrt{2}}}$$ ……タ

また，G は三角形 ABC の重心であり，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$ であるから，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OG}}&=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\\&=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)\\&=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\underline{\underline{\frac{2}{3}}}\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\left(=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OQ}}}{2+1}\right)\end{aligned}$$ ……チ～ト

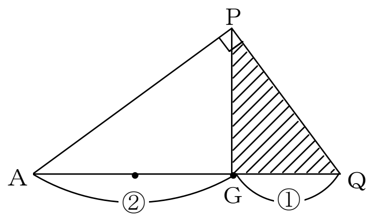
よって，G は線分 AQ を $\underline{\underline{2}}:1$ に内分する点である。……ナ

以上のことから，三角形 GPQ の面積を T とすると，

$S:T=\mathrm{AQ}:\mathrm{GQ}=3:1$ より $3T=S$

よって，

$$T=\frac{1}{3}S=\underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{3}}}$$ ……ニ，ヌ



である。