

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

Q

数 学 ②

数学Ⅱ

(100 点)
(60 分)

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となることがあります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数 学 Ⅱ・数 学 B	15～29	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア** , **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)、又は文字(a～d)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d
ウ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	☒	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア** , **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア** , **イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、**エオ**
カ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$, $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$, $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、**キ** , **クケ** に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数 学 II

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 30)

〔1〕 連立方程式

$$\begin{cases} \cos 2\alpha + \cos 2\beta = \frac{4}{15} & \dots\dots\dots ① \\ \cos \alpha \cos \beta = -\frac{2\sqrt{15}}{15} & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を考える。ただし、 $0 \leq \alpha \leq \pi$ 、 $0 \leq \beta \leq \pi$ であり、 $\alpha < \beta$ かつ

$$|\cos \alpha| \geq |\cos \beta| \quad \dots\dots\dots ③$$

とする。このとき、 $\cos \alpha$ と $\cos \beta$ の値を求めよう。

2倍角の公式を用いると、①から

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

が得られる。また、②から、 $\cos^2 \alpha \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{15}$ である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

したがって、条件③を用いると

$$\cos^2 \alpha = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \quad \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。よって、②と条件 $0 \leq \alpha \leq \pi$, $0 \leq \beta \leq \pi$, $\alpha < \beta$ から

$$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad \cos \beta = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

- 〔2〕 座標平面上に点 $A\left(0, \frac{3}{2}\right)$ をとり、関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に2点 $B(p, \log_2 p)$ 、 $C(q, \log_2 q)$ をとる。線分 AB を $1:2$ に内分する点が C であるとき、 p 、 q の値を求めよう。

真数の条件により、 $p > \boxed{\text{タ}}$ 、 $q > \boxed{\text{タ}}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

線分 AB を $1:2$ に内分する点の座標は、 p を用いて

$$\left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} p, \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}} \right)$$

と表される。これが C の座標と一致するので

$$\begin{cases} \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} p = q & \dots\dots\dots \text{④} \\ \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}} = \log_2 q & \dots\dots\dots \text{⑤} \end{cases}$$

が成り立つ。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

⑤は

$$p = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} q^{\boxed{\text{ネ}}} \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

と変形できる。④と⑥を連立させた方程式を解いて、 $p > \boxed{\text{タ}}$ ，

$q > \boxed{\text{タ}}$ に注意すると

$$p = \boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} , \quad q = \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

また、Cのy座標 $\log_2 \left(\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}} \right)$ の値を、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めると、 $\boxed{\text{ヘ}}$ である。 $\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを、次の⑩～㉑のうちから一つ選べ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ， $\log_{10} 3 = 0.4771$ ， $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ⑩ 0.3 | ⑪ 0.6 | ⑫ 0.9 | ⑬ 1.3 | ⑭ 1.6 | ⑮ 1.9 |
| ⑯ 2.3 | ⑰ 2.6 | ⑱ 2.9 | ㉐ 3.3 | ㉑ 3.6 | ㉒ 3.9 |

数学Ⅱ

第2問 (配点 30)

O を原点とする座標平面上の放物線 $y = x^2 + 1$ を C とし、点 $(a, 2a)$ を P とする。

- (1) 点 P を通り、放物線 C に接する直線の方程式を求めよう。

C 上の点 $(t, t^2 + 1)$ における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} tx - t^2 + \boxed{\text{イ}}$$

である。この直線が P を通るとすると、 t は方程式

$$t^2 - \boxed{\text{ウ}} at + \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}} = 0$$

を満たすから、 $t = \boxed{\text{カ}} a - \boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ である。よって、

$a \neq \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 P を通る C の接線は 2 本あり、それらの方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{コ}} a - \boxed{\text{サ}} \right) x - \boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a \cdots \cdots \text{①}$$

と

$$y = \boxed{\text{セ}} x$$

である。

- (2) (1) の方程式 ① で表される直線を ℓ とする。 ℓ と y 軸との交点を $R(0, r)$

とすると、 $r = -\boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a$ である。 $r > 0$ となるのは、

$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のときであり、このとき、三角形 OPR の面積 S は

$$S = \boxed{\text{チ}} \left(a^{\boxed{\text{ツ}}} - a^{\boxed{\text{テ}}} \right)$$

となる。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき、 S の増減を調べると、 S は $a = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$

で最大値 $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ をとることがわかる。

(3) $\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき、放物線 C と(2)の直線 ℓ および 2 直線 $x = 0$ 、 $x = a$ で囲まれた図形の面積を T とすると

$$T = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} a^3 - \boxed{\text{ヒ}} a^2 + \boxed{\text{フ}}$$

である。 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \leq a < \boxed{\text{タ}}$ の範囲において、 T は $\boxed{\text{ヘ}}$ 。 $\boxed{\text{ヘ}}$

に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | |
|---------|--------------------|
| ① 減少する | ① 極小値をとるが、極大値はとらない |
| ② 増加する | ③ 極大値をとるが、極小値はとらない |
| ④ 一定である | ⑤ 極小値と極大値の両方をとる |

数学Ⅱ

第3問 (配点 20)

座標平面上に2点 $A(0, 3)$, $B(8, 9)$ をとる。

(1) 2点 A , B を通る直線の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x + \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 線分 AB の長さは $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(3) 線分 AB を直径とする円 C の方程式は

$$\left(x - \boxed{\text{カ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{キ}}\right)^2 = \boxed{\text{クケ}}$$

である。また, A における C の接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x + \boxed{\text{ス}} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

- (4) 三角形 ABP の面積が 20 である点 P の軌跡は、2 直線

$$y = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}x + \boxed{\text{タ}} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

と

$$y = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}x - \boxed{\text{チ}}$$

である。

- (5) 直線 ① と直線 ② の交点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{ツテト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ であり、円 C と直線 ② の

交点の x 座標は $\boxed{\text{ニ}}$ と $\frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

- (6) 三角形 ABP の面積が 20 であり、かつ三角形 ABP が直角三角形であるような点 P は全部で $\boxed{\text{ハ}}$ 個ある。

数学Ⅱ

第4問 (配点 20)

- (1) 4次式 $P(x)$ は、 x^4 の係数が1で、 $x^2 - 2x + 3$ で割り切れるとする。また、 $P(x)$ は $P(1) = 12$ 、 $P(2) = 15$ を満たすとする。

$P(x)$ を $x^2 - 2x + 3$ で割った商を $S(x) = x^2 + mx + n$ (m, n は実数)

とおくと、 $S(1) = \boxed{\text{ア}}$ 、 $S(2) = \boxed{\text{イ}}$ であるから、 $m = \boxed{\text{ウエ}}$ 、

$n = \boxed{\text{オ}}$ である。方程式 $S(x) = 0$ の解は

$$\boxed{\text{カ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{キ}}} i$$

である。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

(2) 2次式 $Q(x) = x^2 + kx + \ell$ (k, ℓ は実数) を考える。 c を正の実数として、

$\alpha = c + \frac{1}{c}i$ とする。方程式 $Q(x) = 0$ は複素数 α を解にもつとする。

$Q(x)$ の x に α を代入すると

$$Q(\alpha) = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{c^2} + c^2 + \boxed{\text{コ}}k + \ell + \left(\boxed{\text{サ}} + \frac{k}{c} \right)i$$

となる。 k, ℓ を c を用いて表すと、 $k = \boxed{\text{シスセ}}$, $\ell = \frac{c^{\boxed{\text{ソ}}} + \boxed{\text{タ}}}{c^2}$ で

ある。

二項定理から、 α の4乗は $\alpha^4 = \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}}i$ となる。 $\boxed{\text{チ}}$,

$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、

同じものを選んでよい。

- | | | |
|--|--|---|
| ① $3\left(c^2 + \frac{1}{c^2}\right)$ | ① $4\left(c^2 + \frac{1}{c^2}\right)$ | ② $6\left(c^2 + \frac{1}{c^2}\right)$ |
| ③ $3\left(c^2 - \frac{1}{c^2}\right)$ | ④ $4\left(c^2 - \frac{1}{c^2}\right)$ | ⑤ $6\left(c^2 - \frac{1}{c^2}\right)$ |
| ⑥ $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} + 4\right)$ | ⑦ $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} + 6\right)$ | ⑧ $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} + 10\right)$ |
| ⑨ $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} - 4\right)$ | ② $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} - 6\right)$ | ⑥ $\left(c^4 + \frac{1}{c^4} - 10\right)$ |

相加平均と相乗平均の関係から、 c が $c > 0$ の範囲を動くとき、 α^4 の実部

$\boxed{\text{チ}}$ は $c = \boxed{\text{テ}}$ で最小値 $\boxed{\text{トナ}}$ をとり、そのとき、 $k = \boxed{\text{ニヌ}}$,

$\ell = \boxed{\text{ネ}}$ である。

数学Ⅱ

(下書き用紙)