

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

Q

数 学 ②

数学Ⅱ・数学B

(100点
60分)

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となることがあります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数 学 Ⅱ・数 学 B	15～29	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**，**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d
ウ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	☒	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**，**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**，**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、**エオ**
カ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、**キ**，**クケ** に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ， $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ， $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ， $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 連立方程式

$$\begin{cases} \cos 2\alpha + \cos 2\beta = \frac{4}{15} & \dots\dots\dots ① \\ \cos \alpha \cos \beta = -\frac{2\sqrt{15}}{15} & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を考える。ただし、 $0 \leq \alpha \leq \pi$ 、 $0 \leq \beta \leq \pi$ であり、 $\alpha < \beta$ かつ

$$|\cos \alpha| \geq |\cos \beta| \quad \dots\dots\dots ③$$

とする。このとき、 $\cos \alpha$ と $\cos \beta$ の値を求めよう。

2倍角の公式を用いると、①から

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

が得られる。また、②から、 $\cos^2 \alpha \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{15}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

したがって、条件③を用いると

$$\cos^2 \alpha = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \quad \cos^2 \beta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。よって、②と条件 $0 \leq \alpha \leq \pi$, $0 \leq \beta \leq \pi$, $\alpha < \beta$ から

$$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad \cos \beta = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- 〔2〕 座標平面上に点 $A\left(0, -\frac{3}{2}\right)$ をとり、関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に2点 $B(p, \log_2 p)$, $C(q, \log_2 q)$ をとる。線分 AB を $1:2$ に内分する点が C であるとき、 p, q の値を求めよう。

真数の条件により、 $p > \boxed{\text{タ}}$, $q > \boxed{\text{タ}}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

線分 AB を $1:2$ に内分する点の座標は、 p を用いて

$$\left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} p, \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}} \right)$$

と表される。これが C の座標と一致するので

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} p = q \quad \dots\dots\dots \textcircled{4} \\ \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}} = \log_2 q \quad \dots\dots\dots \textcircled{5} \end{array} \right.$$

が成り立つ。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

⑤は

$$p = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} q^{\boxed{\text{ネ}}} \dots\dots\dots \text{⑥}$$

と変形できる。④と⑥を連立させた方程式を解いて、 $p > \boxed{\text{タ}}$ ，

$q > \boxed{\text{タ}}$ に注意すると

$$p = \boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} , \quad q = \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

また、Cのy座標 $\log_2 \left(\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}} \right)$ の値を、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めると、 $\boxed{\text{ヘ}}$ である。 $\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ， $\log_{10} 3 = 0.4771$ ， $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 0.3 | ② 0.6 | ③ 0.9 | ④ 1.3 | ⑤ 1.6 | ⑥ 1.9 |
| ⑦ 2.3 | ⑧ 2.6 | ⑨ 2.9 | ⑩ 3.3 | ㉑ 3.6 | ㉒ 3.9 |

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

O を原点とする座標平面上の放物線 $y = x^2 + 1$ を C とし、点 $(a, 2a)$ を P とする。

- (1) 点 P を通り、放物線 C に接する直線の方程式を求めよう。

C 上の点 $(t, t^2 + 1)$ における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} tx - t^2 + \boxed{\text{イ}}$$

である。この直線が P を通るとすると、 t は方程式

$$t^2 - \boxed{\text{ウ}} at + \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}} = 0$$

を満たすから、 $t = \boxed{\text{カ}} a - \boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ である。よって、

$a \neq \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 P を通る C の接線は2本あり、それらの方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{コ}} a - \boxed{\text{サ}} \right) x - \boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a \cdots \cdots \text{①}$$

と

$$y = \boxed{\text{セ}} x$$

である。

- (2) (1)の方程式①で表される直線を ℓ とする。 ℓ と y 軸との交点を $R(0, r)$

とすると、 $r = -\boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a$ である。 $r > 0$ となるのは、

$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のときであり、このとき、三角形 OPR の面積 S は

$$S = \boxed{\text{チ}} \left(a^{\boxed{\text{ツ}}} - a^{\boxed{\text{テ}}} \right)$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき、 S の増減を調べると、 S は $a = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$

で最大値 $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ をとることがわかる。

(3) $\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき、放物線 C と(2)の直線 ℓ および2直線 $x = 0$ 、 $x = a$ で囲まれた図形の面積を T とすると

$$T = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} a^3 - \boxed{\text{ヒ}} a^2 + \boxed{\text{フ}}$$

である。 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \leq a < \boxed{\text{タ}}$ の範囲において、 T は $\boxed{\text{ヘ}}$ 。 $\boxed{\text{ヘ}}$

に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | |
|---------|--------------------|
| ① 減少する | ① 極小値をとるが、極大値はとらない |
| ② 増加する | ③ 極大値をとるが、極小値はとらない |
| ④ 一定である | ⑤ 極小値と極大値の両方をとる |

第3問 (選択問題) (配点 20)

以下において考察する数列の項は、すべて実数であるとする。

- (1) 等比数列 $\{s_n\}$ の初項が 1, 公比が 2 であるとき

$$s_1 s_2 s_3 = \boxed{\text{ア}}, \quad s_1 + s_2 + s_3 = \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) $\{s_n\}$ を初項 x , 公比 r の等比数列とする。 a, b を実数(ただし $a \neq 0$) とし、
 $\{s_n\}$ の最初の 3 項が

$$s_1 s_2 s_3 = a^3 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

$$s_1 + s_2 + s_3 = b \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

を満たすとする。このとき

$$xr = \boxed{\text{ウ}} \quad \dots\dots\dots \text{③}$$

である。さらに、②, ③を用いて r, a, b の満たす関係式を求めると

$$\boxed{\text{エ}} r^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} \right) r + \boxed{\text{キ}} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{④}$$

を得る。④を満たす実数 r が存在するので

$$\boxed{\text{ク}} a^2 + \boxed{\text{ケ}} ab - b^2 \leq 0 \quad \dots\dots\dots \text{⑤}$$

である。

逆に、 a, b が⑤を満たすとき、③, ④を用いて r, x の値を求めることができる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

- (3) $a = 64$, $b = 336$ のとき, (2)の条件①, ②を満たし, 公比が1より大きい等比数列 $\{s_n\}$ を考える。③, ④を用いて $\{s_n\}$ の公比 r と初項 x を求めると,

$$r = \boxed{\text{コ}}, x = \boxed{\text{サシ}} \text{ である。}$$

$\{s_n\}$ を用いて, 数列 $\{t_n\}$ を

$$t_n = s_n \log \boxed{\text{コ}} s_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき, $\{t_n\}$ の一般項は $t_n = (n + \boxed{\text{ス}}) \cdot \boxed{\text{コ}}^{n + \boxed{\text{セ}}}$ で

ある。 $\{t_n\}$ の初項から第 n 項までの和 U_n は, $U_n - \boxed{\text{コ}} U_n$ を計算することにより

$$U_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}^{n + \boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}} \cdot \boxed{\text{コ}}^{n + \boxed{\text{ツ}}} - \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

であることがわかる。

第4問 (選択問題) (配点 20)

座標平面上に点A(2, 0)をとり、原点Oを中心とする半径が2の円周上に点B, C, D, E, Fを、点A, B, C, D, E, Fが順に正六角形の頂点となるようにとる。ただし、Bは第1象限にあるとする。

(1) 点Bの座標は(, $\sqrt{\text{イ}}$), 点Dの座標は($-\text{ウ}$, 0)である。

(2) 線分BDの中点をMとし、直線AMと直線CDの交点をNとする。 $\overrightarrow{ON}$ を求めよう。

$\overrightarrow{ON}$ は実数 r, s を用いて、 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + r\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OD} + s\overrightarrow{DC}$ と2通りに表すことができる。ここで

$$\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{\text{エ}}{\text{オ}}, \frac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}} \right)$$

$$\overrightarrow{DC} = \left(\text{ク}, \sqrt{\text{ケ}} \right)$$

であるから

$$r = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}, \quad s = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$$

である。よって

$$\overrightarrow{ON} = \left(-\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}, \frac{\text{タ}\sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}} \right)$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

- (3) 線分 BF 上に点 P をとり、その y 座標を a とする。点 P から直線 CE に引いた垂線と、点 C から直線 EP に引いた垂線との交点を H とする。

$\vec{EP}$ が

$$\vec{EP} = \left(\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} \right)$$

と表せることにより、H の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{ニ}} a \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, \boxed{\text{ハ}} \right)$$

である。

さらに、 $\vec{OP}$ と $\vec{OH}$ のなす角を θ とする。 $\cos \theta = \frac{12}{13}$ のとき、 a の値は

$$a = \pm \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて29ページの正規分布表を用いてもよい。

- (1) 1回の試行において、事象 A の起こる確率が p 、起こらない確率が $1 - p$ であるとする。この試行を n 回繰り返すとき、事象 A の起こる回数を W とする。確率変数 W の平均(期待値) m が $\frac{1216}{27}$ 、標準偏差 σ が $\frac{152}{27}$ であるとき、

$$n = \boxed{\text{アイウ}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}} \text{である。}$$

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(2) (1)の反復試行において、 W が 38 以上となる確率の近似値を求めよう。

いま

$$P(W \geq 38) = P\left(\frac{W - m}{\sigma} \geq - \boxed{\text{キ}} . \boxed{\text{クケ}}\right)$$

と変形できる。ここで、 $Z = \frac{W - m}{\sigma}$ とおき、 W の分布を正規分布で近似す

ると、正規分布表から確率の近似値は次のように求められる。

$$P\left(Z \geq - \boxed{\text{キ}} . \boxed{\text{クケ}}\right) = 0. \boxed{\text{コサ}}$$

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) 連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $s \leq x \leq t$ で、確率密度関数が $f(x)$ のとき、 X の平均 $E(X)$ は次の式で与えられる。

$$E(X) = \int_s^t x f(x) dx$$

a を正の実数とする。連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $-a \leq x \leq 2a$ で、確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3a^2}(x+a) & (-a \leq x \leq 0 \text{ のとき}) \\ \frac{1}{3a^2}(2a-x) & (0 \leq x \leq 2a \text{ のとき}) \end{cases}$$

であるとする。このとき、 $a \leq X \leq \frac{3}{2}a$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

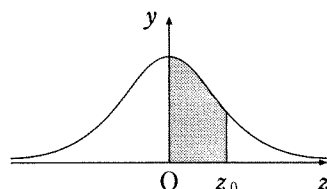
また、 X の平均は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに、 $Y = 2X + 7$ とおくと、 Y の

平均は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}} + \boxed{\text{テ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990