試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

N

数　学　①　〔数学Ⅰ　　　　　　〕

（100点 60分）

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となります。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	4〜18	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	19〜39	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか２問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)又は数字(0 ～ 9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に －83 と答えたいとき

ア	● ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨
ウ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

6　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数　　学　　I

(全　問　必　答)

第１問 (配点　25)

〔1〕

(1) x を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数 n に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}}\,n$$

であり，したがって，$X = x(5-x)$ とおくと

$$A = X\left(X + \boxed{\text{イ}}\right)\left(X + \boxed{\text{ウエ}}\right)$$

と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \boxed{\text{オ}}$ であり，$A = 2^{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(数学 I 第１問は次ページに続く。)

(2) 実数 x が

$$(x+1)(x+2)(6-x)(7-x)=-16$$

を満たすとき，$x(5-x)=$ $\boxed{\text{キクケ}}$ である。したがって，このとき

$$x=\frac{\boxed{\text{コ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

〔2〕

(1) 全体集合 U を $U = \{x \mid x$ は 20 以下の自然数$\}$ とし，次の部分集合 A，B，C を考える。

$A = \{x \mid x \in U$ かつ x は 20 の約数$\}$

$B = \{x \mid x \in U$ かつ x は 3 の倍数$\}$

$C = \{x \mid x \in U$ かつ x は偶数$\}$

集合 A の補集合を $\overline{A}$ と表し，空集合を $\varnothing$ と表す。

次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a) $A \subset C$

(b) $A \cap B = \varnothing$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ である。

	⓪	①	②	③
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

（数学Ⅰ第1問は次ページに続く。）

次の $\boxed{ソ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c) $(A \cup C) \cap B = \{6,\ 12,\ 18\}$

(d) $(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{ソ}$ である。

	⓪	①	②	③
(c)	正	正	誤	誤
(d)	正	誤	正	誤

(2) 実数 x に関する次の条件 p，q，r，s を考える。

$$p:|x-2|>2,\quad q:x<0,\quad r:x>4,\quad s:\sqrt{x^2}>4$$

次の $\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

q または r であることは，p であるための $\boxed{タ}$ 。また，s は r であるための $\boxed{チ}$ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない

① 十分条件であるが，必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 25)

a を正の実数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a + 3)x - 3a + 21$$

とする。2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p = \boxed{\text{ア}} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{a}$$

である。

(1) $0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leqq \boxed{\text{ウ}}$$

である。

また，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leqq a$$

である。

したがって，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

のときである。

(数学Ⅰ第2問は次ページに続く。)

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わるのは

$$0 < a < \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}} \quad \text{または} \quad \boxed{ス} < a$$

のときである。この二つの交点の間の距離を L とする。$2 < L < 4$ となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}} < a < \frac{\boxed{タ} - \sqrt{\boxed{チツ}}}{\boxed{テ}}, \quad \frac{\boxed{ト} + \sqrt{\boxed{ナニ}}}{\boxed{ヌ}} < a$$

である。

第3問 (配点　30)

$\triangle$ABC において，AB $= 6$，BC $= \sqrt{21}$，AC $= 3$ とする。

(1)　このとき

$$\cos \angle \mathrm{BAC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle \mathrm{BAC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(2) 点Cから辺ABに下ろした垂線をCHとするとき，AH = $\boxed{\text{オ}}$，CH = $\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。また，線分CH上にAH = HDを満たす点Dをとるとき，AD = $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$，CD = $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$ であるから

$$\triangle\text{ACD の面積} = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

であり

$$\sin \angle \text{CAD} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}} - \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。したがって，△ACDの外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。また，辺ABの中点をEとし，直線ADと辺BCの交点をFとすると

$$\frac{\triangle\text{ACF の面積}}{\triangle\text{AEF の面積}} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

第4問 (配点 20)

ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位はcm)と体重(単位はkg)のデータが得られた。男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループに分けると，それぞれのグループの選手数は，男子短距離が328人，男子長距離が271人，女子短距離が319人，女子長距離が263人である。

(1) 次ページの図1および図2は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける，身長のヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の ア ， イ に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図1および図2から読み取れる内容として正しいものは， ア ， イ である。

⓪ 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは，女子短距離グループである。

① 四つのグループのすべてにおいて，四分位範囲は12未満である。

② 男子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に中央値が入っている。

③ 女子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に第1四分位数が入っている。

④ すべての選手の中で最も身長の高い選手は，男子長距離グループの中にいる。

⑤ すべての選手の中で最も身長の低い選手は，女子長距離グループの中にいる。

⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第3四分位数は，ともに180以上182未満である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

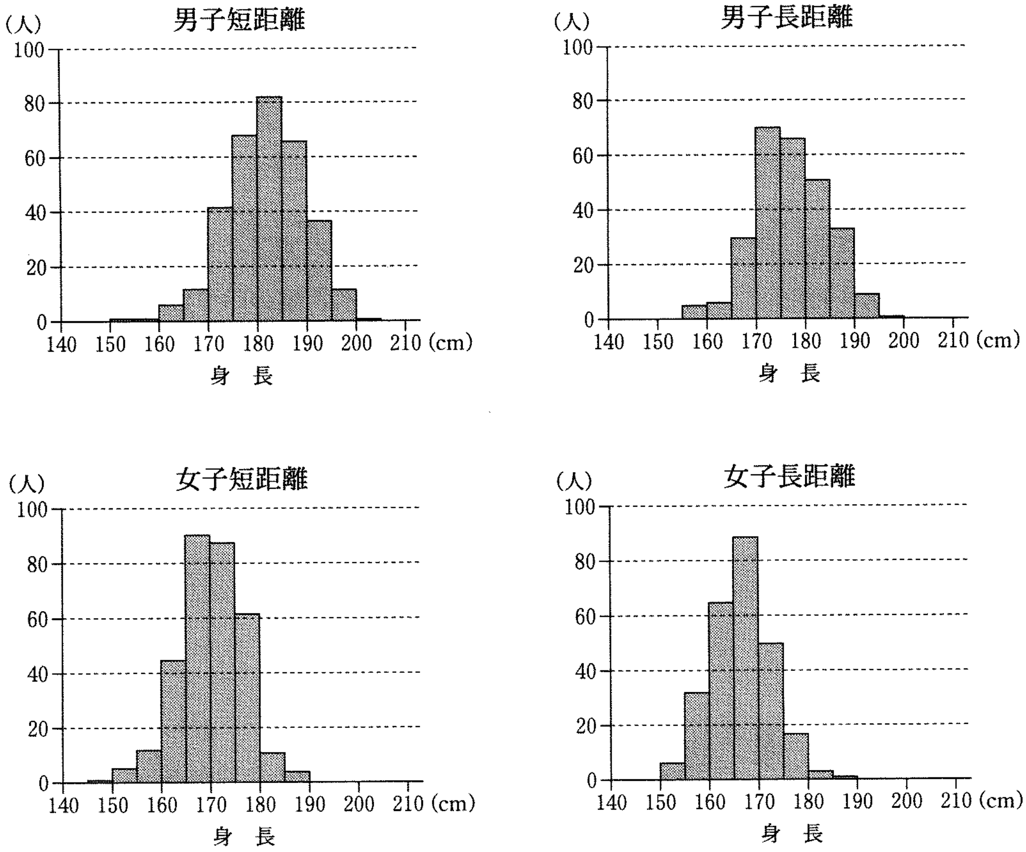

図１　身長のヒストグラム

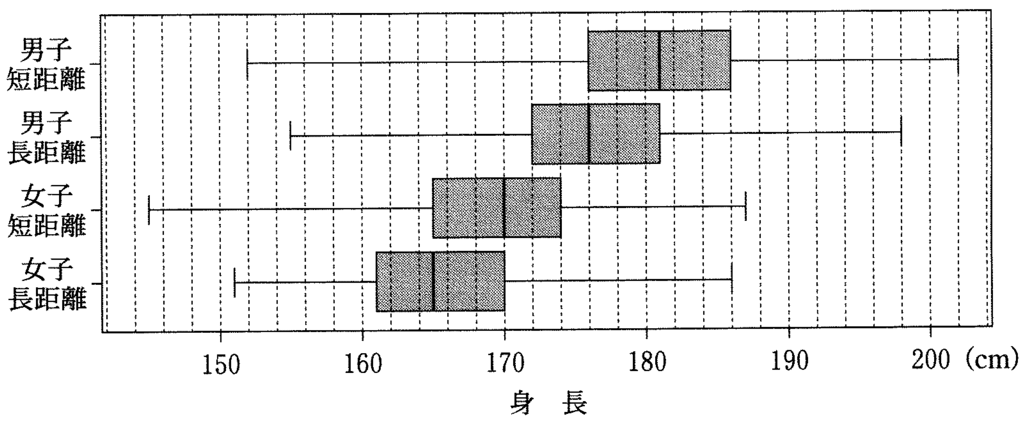

図２　身長の箱ひげ図

(出典：図１，図２はガーディアン社の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ第４問は次ページに続く。)

(2) 身長をH，体重をWとし，Xを$X=\left(\dfrac{H}{100}\right)^2$で，$Z$を$Z=\dfrac{W}{X}$で定義する。次ページの図3は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおけるXとWのデータの散布図である。ただし，原点を通り，傾きが15，20，25，30である四つの直線l_1，l_2，l_3，l_4も補助的に描いている。また，次ページの図4の(a)，(b)，(c)，(d)で示すZの四つの箱ひげ図は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図3および図4から読み取れる内容として正しいものは，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ である。

⓪ 四つのグループのすべてにおいて，XとWには負の相関がある。

① 四つのグループのうちでZの中央値が一番大きいのは，男子長距離グループである。

② 四つのグループのうちでZの範囲が最小なのは，男子長距離グループである。

③ 四つのグループのうちでZの四分位範囲が最小なのは，男子短距離グループである。

④ 女子長距離グループのすべてのZの値は25より小さい。

⑤ 男子長距離グループのZの箱ひげ図は(c)である。

（数学 I 第4問は次ページに続く。）

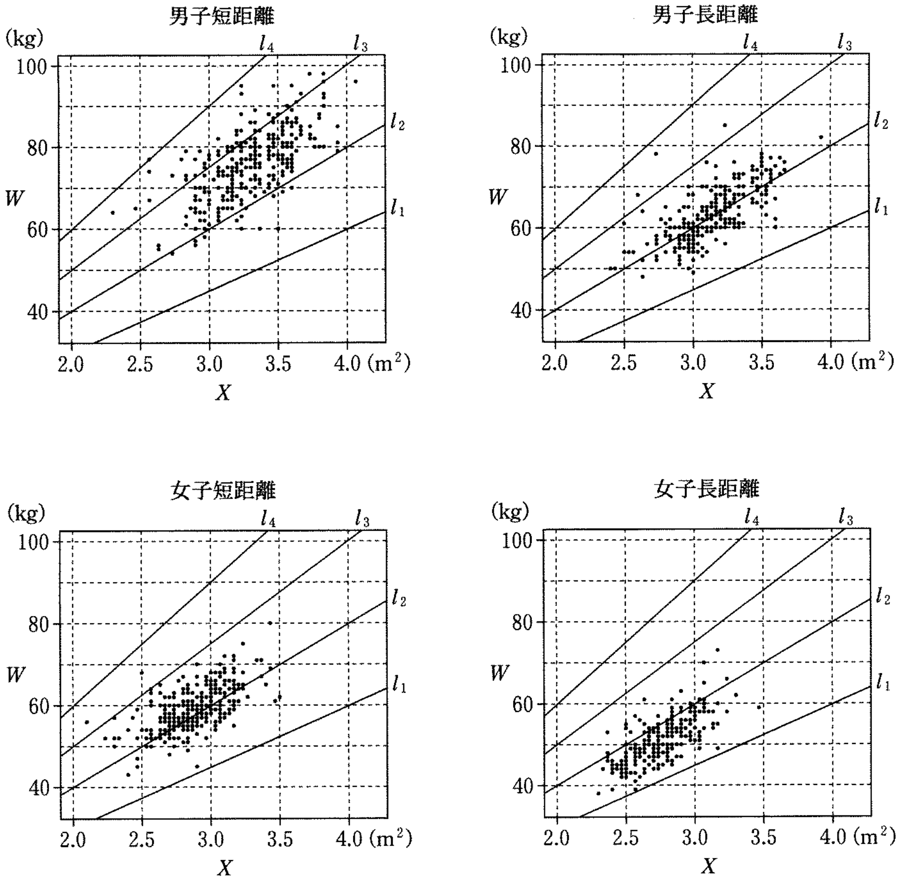

図3　X と W の散布図

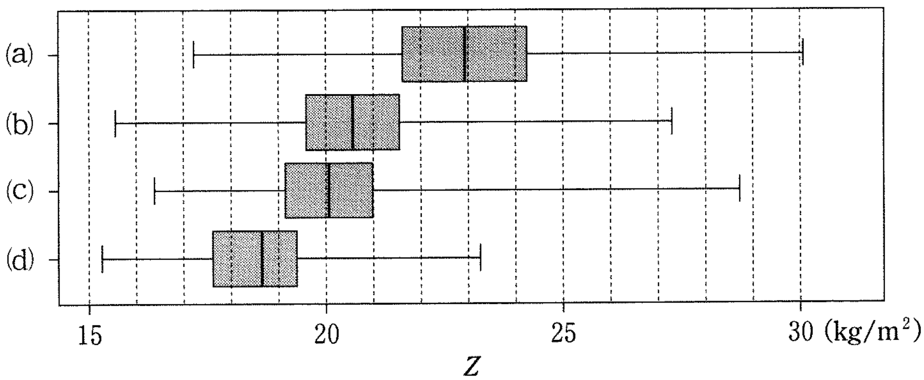

図4　Z の箱ひげ図

(出典：図3，図4はガーディアン社の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(3) 次の表1は，設問(2)で定義されたX，Wについて，女子長距離グループの平均値，標準偏差および共分散を計算したものである。ただし，XとWの共分散は，Xの偏差とWの偏差の積の平均値である。なお，表1の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

表1　平均値，標準偏差および共分散

Xの平均値	Wの平均値	Xの標準偏差	Wの標準偏差	XとWの共分散
2.75	51.1	0.200	5.36	0.754

次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数値として最も近い値を，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

女子長距離グループのデータにおいて，XとWの相関係数は，$\boxed{\text{オ}}$ である。

⓪ 0.603　① 0.653　② 0.703　③ 0.753　④ 0.803

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(4) n を自然数とする。実数値のデータ x_1, x_2, $\cdots$, x_n に対して，平均値 $\overline{x}$ を

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

とおくと，分散 s^2 は

$$s^2 = \frac{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_n}^2}{n} - (\overline{x})^2$$

で計算できることが知られている。

次の $\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまる数値として最も近い値を，下の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

女子長距離グループのデータについて考える。

設問(2)で定義された X と H の関係を用いると，設問(3)の表1の数値により，このグループの身長のデータを各々2乗した値の平均値は $\boxed{\text{カ}}$ である。また，このグループの身長の平均値が165.7のとき，このグループの身長の分散は $\boxed{\text{キ}}$ である。必要ならば，$165.7^2 = 27456.49$ を用いてもよい。

⓪ 4.00　① 27.5　② 43.5　③ 44.7　④ 104.4
⑤ 275　⑥ 400　⑦ 27500　⑧ 72325

（下 書 き 用 紙）