試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

N

# 数　学　①〔　　　数学Ⅰ・数学A〕　（100点 60分）

## Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

| 出　題　科　目 | ペ　ー　ジ | 選　　択　　方　　法 |
|---|---|---|
| 数　　学　　Ⅰ | 4〜18 | 左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。 |
| 数 学 Ⅰ・数 学 A | 19〜39 | |

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

## Ⅱ　解答上の注意

**解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

## Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)又は数字(0 ～ 9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

**例**　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-83$ と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **ア** | ● | (±) | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |
| **イ** | ⊖ | (±) | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ● | ⑨ |
| **ウ** | ⊖ | (±) | ⓪ | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}$．$\boxed{\text{クケ}}$ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

6　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

# 数学Ⅰ・数学A

| 問　題 | 選　択　方　法 |
| --- | --- |
| 第１問 | 必　　　答 |
| 第２問 | 必　　　答 |
| 第３問 | いずれか２問を選択し，解答しなさい。 |
| 第４問 | |
| 第５問 | |

数学Ⅰ・数学A　(注) この科目には，選択問題があります。(19ページ参照。)

# 第1問 (必答問題) (配点　30)

〔1〕 $x$ を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数 $n$ に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}}\,n$$

であり，したがって，$X = x(5-x)$ とおくと

$$A = X\left(X + \boxed{\text{イ}}\right)\left(X + \boxed{\text{ウエ}}\right)$$

と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \boxed{\text{オ}}$ であり，$A = 2^{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は22ページに続く。)

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

〔2〕

(1) 全体集合 $U$ を $U=\{x \mid x$ は20以下の自然数$\}$とし，次の部分集合 $A$，$B$，$C$ を考える。

$A=\{x \mid x \in U$ かつ $x$ は20の約数$\}$

$B=\{x \mid x \in U$ かつ $x$ は3の倍数$\}$

$C=\{x \mid x \in U$ かつ $x$ は偶数$\}$

集合 $A$ の補集合を $\overline{A}$ と表し，空集合を $\varnothing$ と表す。

次の $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a) $A \subset C$

(b) $A \cap B = \varnothing$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{キ}}$ である。

| | ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c) $(A \cup C) \cap B = \{6,\ 12,\ 18\}$

(d) $(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

| | ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| (c) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (d) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

(2) 実数 $x$ に関する次の条件 $p$，$q$，$r$，$s$ を考える。

$$p:\ |x-2|>2,\quad q:\ x<0,\quad r:\ x>4,\quad s:\ \sqrt{x^2}>4$$

次の $\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$q$ または $r$ であることは，$p$ であるための $\boxed{\text{ケ}}$。また，$s$ は $r$ であるための $\boxed{\text{コ}}$。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔3〕 $a$ を正の実数とし

$$f(x)=ax^2-2(a+3)x-3a+21$$

とする。2次関数 $y=f(x)$ のグラフの頂点の $x$ 座標を $p$ とおくと

$$p=\boxed{\text{サ}}+\frac{\boxed{\text{シ}}}{a}$$

である。

$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような $a$ の値の範囲は

$$0<a\leqq\boxed{\text{ス}}$$

である。

また，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような $a$ の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}}\leqq a$$

である。

したがって，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が1であるのは

$$a=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \quad \text{または} \quad a=\frac{\boxed{\text{チ}}+\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

## 第2問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 四角形ABCDにおいて，3辺の長さをそれぞれAB = 5，BC = 9，CD = 3，対角線ACの長さをAC = 6とする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

ここで，四角形ABCDは台形であるとする。

次の $\boxed{\text{カ}}$ には下の⓪～②から，$\boxed{\text{キ}}$ には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。

CD $\boxed{\text{カ}}$ AB・sin ∠ABC であるから $\boxed{\text{キ}}$ である。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

③ 辺ADと辺BCが平行　④ 辺ABと辺CDが平行

したがって

$$\mathrm{BD} = \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位はcm)と体重(単位はkg)のデータが得られた。男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループに分けると，それぞれのグループの選手数は，男子短距離が328人，男子長距離が271人，女子短距離が319人，女子長距離が263人である。

(1) 次ページの図1および図2は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける，身長のヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の サ ， シ に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図1および図2から読み取れる内容として正しいものは， サ ， シ である。

⓪ 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは，女子短距離グループである。

① 四つのグループのすべてにおいて，四分位範囲は12未満である。

② 男子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に中央値が入っている。

③ 女子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に第1四分位数が入っている。

④ すべての選手の中で最も身長の高い選手は，男子長距離グループの中にいる。

⑤ すべての選手の中で最も身長の低い選手は，女子長距離グループの中にいる。

⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第3四分位数は，ともに180以上182未満である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

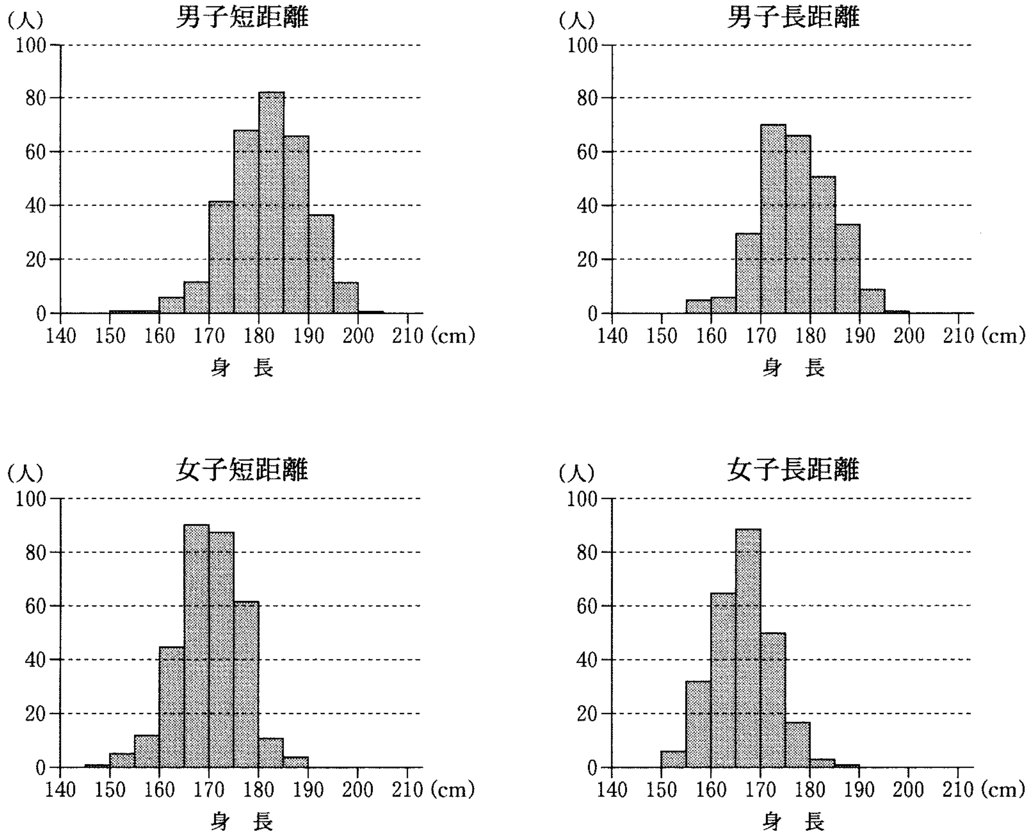


図1　身長のヒストグラム

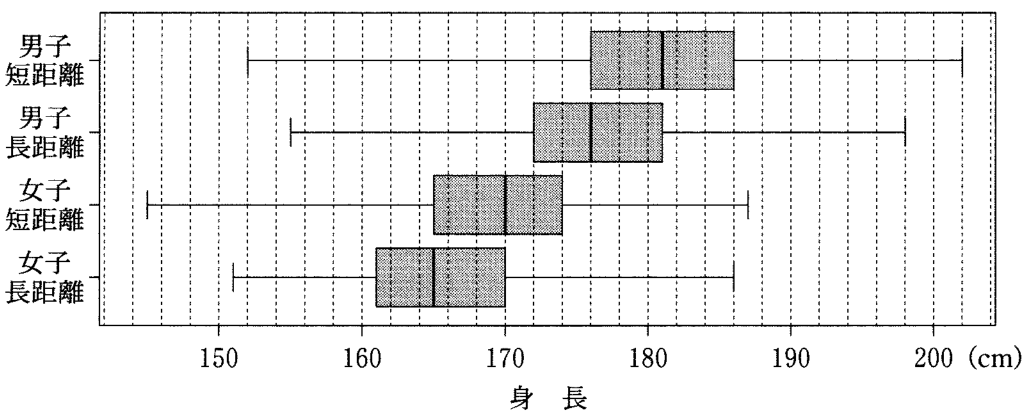


図2　身長の箱ひげ図

(出典：図1，図2はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 身長を$H$, 体重を$W$とし, $X$を$X=\left(\dfrac{H}{100}\right)^2$で, $Z$を$Z=\dfrac{W}{X}$で定義する。次ページの図3は, 男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループにおける$X$と$W$のデータの散布図である。ただし, 原点を通り, 傾きが15, 20, 25, 30である四つの直線$l_1$, $l_2$, $l_3$, $l_4$も補助的に描いている。また, 次ページの図4の(a), (b), (c), (d)で示す$Z$の四つの箱ひげ図は, 男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを, 下の⓪〜⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図3および図4から読み取れる内容として正しいものは, $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ 四つのグループのすべてにおいて, $X$と$W$には負の相関がある。

① 四つのグループのうちで$Z$の中央値が一番大きいのは, 男子長距離グループである。

② 四つのグループのうちで$Z$の範囲が最小なのは, 男子長距離グループである。

③ 四つのグループのうちで$Z$の四分位範囲が最小なのは, 男子短距離グループである。

④ 女子長距離グループのすべての$Z$の値は25より小さい。

⑤ 男子長距離グループの$Z$の箱ひげ図は(c)である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

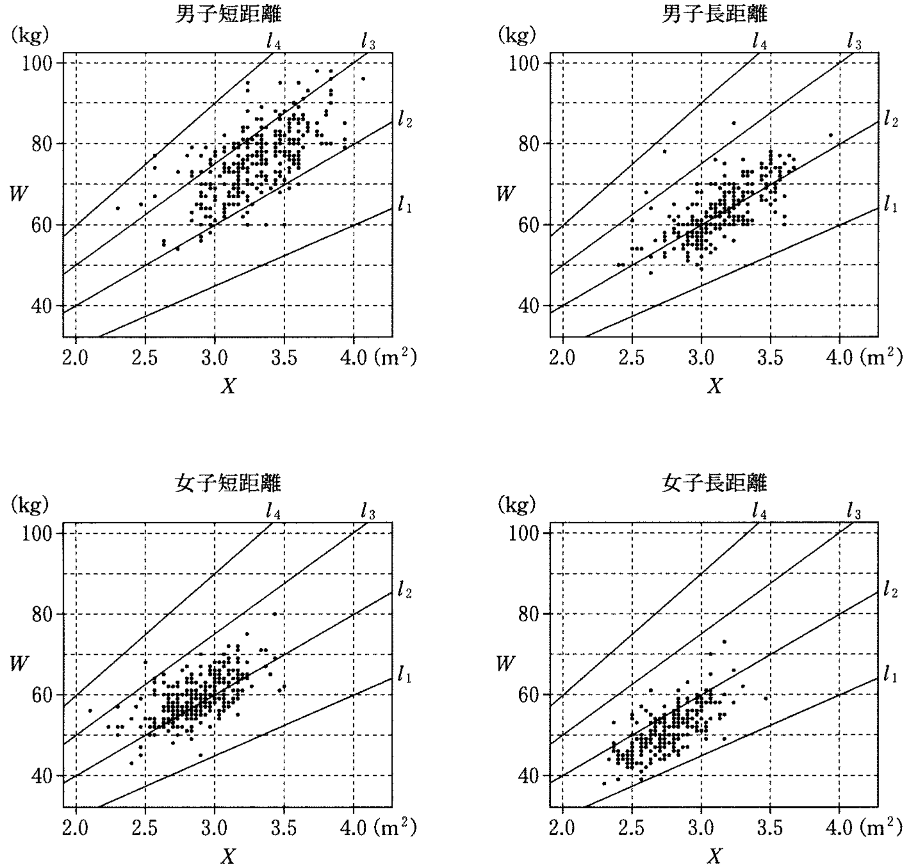


図3　$X$ と $W$ の散布図

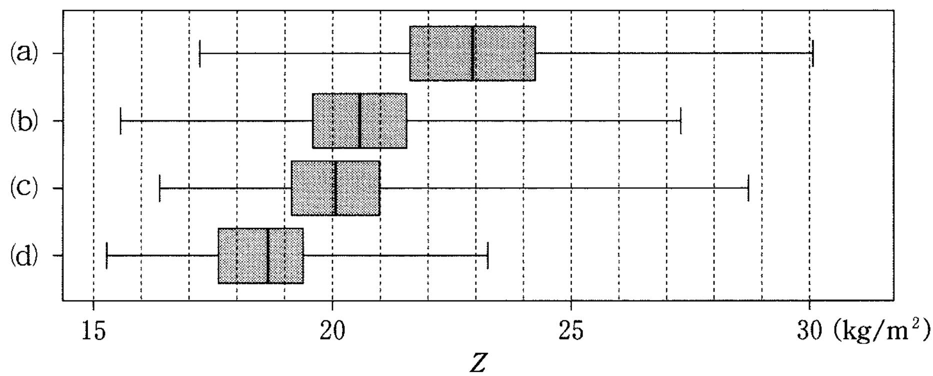


図4　$Z$ の箱ひげ図

(出典：図3，図4はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3) $n$を自然数とする。実数値のデータ$x_1$, $x_2$, …, $x_n$および$w_1$, $w_2$, …, $w_n$に対して，それぞれの平均値を

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}, \quad \overline{w} = \frac{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}{n}$$

とおく。等式$(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)\overline{w} = n\overline{x}\,\overline{w}$などに注意すると，偏差の積の和は

$$(x_1 - \overline{x})(w_1 - \overline{w}) + (x_2 - \overline{x})(w_2 - \overline{w}) + \cdots + (x_n - \overline{x})(w_n - \overline{w})$$
$$= x_1 w_1 + x_2 w_2 + \cdots + x_n w_n - \boxed{\text{ソ}}$$

となることがわかる。$\boxed{\text{ソ}}$に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\overline{x}\,\overline{w}$　① $(\overline{x}\,\overline{w})^2$　② $n\overline{x}\,\overline{w}$　③ $n^2\overline{x}\,\overline{w}$

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

## 第3問 （選択問題）（配点　20）

一般に，事象 $A$ の確率を $P(A)$ で表す。また，事象 $A$ の余事象を $\overline{A}$ と表し，二つの事象 $A$，$B$ の積事象を $A \cap B$ と表す。

大小2個のさいころを同時に投げる試行において

$A$ を「大きいさいころについて，4の目が出る」という事象

$B$ を「2個のさいころの出た目の和が7である」という事象

$C$ を「2個のさいころの出た目の和が9である」という事象

とする。

(1) 事象 $A$，$B$，$C$ の確率は，それぞれ

$$P(A) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad P(B) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad P(C) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 事象 $C$ が起こったときの事象 $A$ が起こる条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，

事象 $A$ が起こったときの事象 $C$ が起こる条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(3) 次の $\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～②のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$$P(A \cap B)\ \boxed{\text{サ}}\ P(A)P(B)$$

$$P(A \cap C)\ \boxed{\text{シ}}\ P(A)P(C)$$

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

(4) 大小2個のさいころを同時に投げる試行を2回繰り返す。1回目に事象 $A \cap B$ が起こり，2回目に事象 $\overline{A} \cap C$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。三つの事象 $A$, $B$, $C$ がいずれもちょうど1回ずつ起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

## 第4問 （選択問題）（配点　20）

(1)　144を素因数分解すると

$$144 = 2^{\boxed{\text{ア}}} \times \boxed{\text{イ}}^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，144の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2)　不定方程式

$$144x - 7y = 1$$

の整数解 $x$，$y$ の中で，$x$ の絶対値が最小になるのは

$$x = \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{キク}}$$

であり，すべての整数解は，$k$ を整数として

$$x = \boxed{\text{ケ}}\,k + \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{コサシ}}\,k + \boxed{\text{キク}}$$

と表される。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(3) 144 の倍数で，7 で割ったら余りが 1 となる自然数のうち，正の約数の個数が 18 個である最小のものは 144 × $\boxed{\text{ス}}$ であり，正の約数の個数が 30 個である最小のものは 144 × $\boxed{\text{セソ}}$ である。

## 第5問　(選択問題)（配点　20）

△ABCにおいてAB = 2，AC = 1，∠A = 90° とする。

∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとすると，$\mathrm{BD} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

である。

点Aを通り点Dで辺BCに接する円と辺ABとの交点でAと異なるものをEとすると，$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$\mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

次の $\boxed{\text{コ}}$ には下の⓪～②から，$\boxed{\text{サ}}$ には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}}$ $\boxed{\text{コ}}$ $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ であるから，直線ACと直線DEの交点は辺ACの端点 $\boxed{\text{サ}}$ の側の延長上にある。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$　　③ A　　④ C

その交点をFとすると，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるから，$\mathrm{CF} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。したがって，BFの長さが求まり，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}}$ であることがわかる。

次の $\boxed{\text{タ}}$ には下の⓪～③から当てはまるものを一つ選べ。

点Dは△ABFの $\boxed{\text{タ}}$。

⓪ 外心である　　① 内心である　　② 重心である

③ 外心，内心，重心のいずれでもない