試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

K

数　学 ②〔　数学Ⅱ　〕 (100点 60分)

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ 注 意 事 項

1 解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点となることがあります。**

2 出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～29	

3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4 **選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6 **不正行為について**

① 不正行為に対しては厳正に対処します。

② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③ 不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ 解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(0 ～ 9)，又は文字(a ～ d)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}$．$\boxed{\text{クケ}}$ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数　学　Ⅱ

(全　問　必　答)

第1問 (配点　30)

〔1〕 関数$f(\theta)=3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta$を考える。

(1) $f(0)=\boxed{\text{アイ}}$，$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$である。

(2) 2倍角の公式を用いて計算すると，$\cos^2\theta=\dfrac{\cos 2\theta+\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$となる。さらに，$\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$を用いて$f(\theta)$を表すと

$$f(\theta)=\boxed{\text{キ}}\sin 2\theta-\boxed{\text{ク}}\cos 2\theta+\boxed{\text{ケ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

となる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

(3) θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くとき，関数 $f(\theta)$ のとり得る最大の整数の値 m とそのときの θ の値を求めよう。

三角関数の合成を用いると，① は

$$f(\theta) = \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{\boxed{\text{シ}}}\right) + \boxed{\text{ケ}}$$

と変形できる。したがって，$m = \boxed{\text{ス}}$ である。

また，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ において，$f(\theta) = \boxed{\text{ス}}$ となる θ の値は，小さい順に，$\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$，$\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 連立方程式

$$\begin{cases} \log_2(x+2) - 2\log_4(y+3) = -1 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^y - 11\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1} + 6 = 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

を満たす実数 x, y を求めよう。

真数の条件により，x, y のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{タ}}$ である。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

⓪ $x > 0$，$y > 0$　① $x > 2$，$y > 3$　② $x > -2$，$y > -3$

③ $x < 0$，$y < 0$　④ $x < 2$，$y < 3$　⑤ $x < -2$，$y < -3$

底の変換公式により

$$\log_4(y+3) = \frac{\log_2(y+3)}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。よって，②から

$$y = \boxed{\text{ツ}}\,x + \boxed{\text{テ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

が得られる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

次に，$t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ とおき，④ を用いて ③ を t の方程式に書き直すと

$$t^2-\boxed{\text{トナ}}\,t+\boxed{\text{ニヌ}}=0 \qquad \cdots\cdots ⑤$$

が得られる。また，x が $\boxed{\text{タ}}$ における x の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ネ}}<t<\boxed{\text{ノ}} \qquad \cdots\cdots ⑥$$

である。

⑥ の範囲で方程式 ⑤ を解くと，$t=\boxed{\text{ハ}}$ となる。したがって，連立方程式 ②，③ を満たす実数 x，y の値は

$$x=\log_3\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}},\quad y=\log_3\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$$

であることがわかる。

第2問 (配点 30)

p, qを実数とし，関数$f(x)=x^3+px^2+qx$は$x=-1$で極値2をとるとする。また，座標平面上の曲線$y=f(x)$をC，放物線$y=-kx^2$をD，放物線D上の点$(a,\ -ka^2)$をAとする。ただし，$k>0$，$a>0$である。

(1) 関数$f(x)$が$x=-1$で極値をとるので，$f'(-1)=\boxed{\text{ア}}$である。これと$f(-1)=2$より，$p=\boxed{\text{イ}}$，$q=\boxed{\text{ウエ}}$である。よって，$f(x)$は$x=\boxed{\text{オ}}$で極小値$\boxed{\text{カキ}}$をとる。

(2) 点Aにおける放物線Dの接線をℓとする。Dとℓおよびx軸で囲まれた図形の面積Sをaとkを用いて表そう。

ℓの方程式は

$$y=\boxed{\text{クケ}}kax+ka^{\boxed{\text{コ}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と表せる。ℓとx軸の交点のx座標は$\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$であり，$D$と$x$軸および直線$x=a$で囲まれた図形の面積は$\dfrac{k}{\boxed{\text{ス}}}a^{\boxed{\text{セ}}}$である。よって，

$S=\dfrac{k}{\boxed{\text{ソタ}}}a^{\boxed{\text{セ}}}$である。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

(3) さらに，点Aが曲線 C 上にあり，かつ(2)の接線 ℓ が C にも接するとする。このときの(2)の S の値を求めよう。

Aが C 上にあるので，$k = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}} - \boxed{テ}$ である。

ℓ と C の接点の x 座標を b とすると，ℓ の方程式は b を用いて

$$y = \boxed{ト}\left(b^2 - \boxed{ナ}\right)x - \boxed{ニ}\,b^3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

と表される。②の右辺を $g(x)$ とおくと

$$f(x) - g(x) = \left(x - \boxed{ヌ}\right)^2\left(x + \boxed{ネ}\,b\right)$$

と因数分解されるので，$a = -\boxed{ネ}\,b$ となる。①と②の表す直線の傾きを比較することにより，$a^2 = \dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒ}}$ である。

したがって，求める S の値は $\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘホ}}$ である。

数学Ⅱ

第３問　（配点　20）

座標平面上に２点 A$(-4,\ -1)$, B$(2,\ 2)$がある。

(1)　２点 A, B を通る直線の方程式は $x-\boxed{\text{ア}}\,y+\boxed{\text{イ}}=0$ である。

(2)　線分 AB を２：１に内分する点の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ で，線分 AB を２：１に外分する点の座標は $\left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ である。

(3)　２点 A, B からの距離の比が２：１である点 P の軌跡を求めよう。

P の座標を $(x,\ y)$ とすると

$$(x+4)^2+(y+1)^2=\boxed{\text{キ}}\{(x-2)^2+(y-2)^2\}$$

である。この式を整理すると

$$x^2+y^2-\boxed{\text{ク}}\,x-\boxed{\text{ケ}}\,y+\boxed{\text{コ}}=0$$

となる。よって，求める軌跡は，中心が点 $\left(\boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シ}}\right)$, 半径が $\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ の円である。この円を C とする。

（数学Ⅱ第３問は次ページに続く。）

(4) (3)で求めた円 C と y 軸との交点の座標は $\left(0,\ \boxed{ソ}\right)$, $\left(0,\ \boxed{タ}\right)$ である。ただし, $\boxed{ソ} < \boxed{タ}$ とする。

点 $\left(0,\ \boxed{ソ}\right)$, $\left(0,\ \boxed{タ}\right)$ における C の接線をそれぞれ ℓ_1, ℓ_2 とする。ℓ_1 の方程式は $y = \boxed{チツ}\,x + \boxed{テ}$ であり, ℓ_2 の方程式は $y = \boxed{ト}\,x + \boxed{ナ}$ である。したがって, y 軸と2直線 ℓ_1, ℓ_2 で囲まれた図形の面積は $\boxed{ニ}$ である。

第4問 （配点　20）

4次の整式 $P(x)$ を考える。$P(x)$ の x^4 の係数は1であり，その他の項の係数は実数であるとする。また，4次方程式 $P(x)=0$ は実数解 -1，3をもち，それ以外の実数解をもたないとする。

因数定理により，$P(x)$ は $x+\boxed{\text{ア}}$ と $x-\boxed{\text{イ}}$ で割り切れるから

$$P(x)=\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)\left(x-\boxed{\text{イ}}\right)(x^2+ax+b)$$

と表せる。以下，$Q(x)=x^2+ax+b$ とする。

(1)　4次方程式 $P(x)=0$ は，実数解 -1，3の他に，異なる二つの虚数解 α，β をもつとする。このとき，α，β は2次方程式 $Q(x)=0$ の解であるから，解と係数の関係により，$\alpha+\beta=\boxed{\text{ウエ}}$，$\alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$ である。また，$Q(x)=0$ の判別式を D とすると，$D=a^{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}}\,b$ であり，$\boxed{\text{ク}}$ となる。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪　$D>0$　　①　$D=0$　　②　$D<0$

（数学Ⅱ第4問は次ページに続く。）

(2)　4 次方程式 $P(x)=0$ は虚数解をもたないとする。このとき，$P(x)=0$ は -1，3 のみを解にもつので，$Q(x)$ について，次の三つの場合が考えられる。

$Q(x)=x^2+$ ケ $x+$ コ で，$Q(x)$ の値は サ

$Q(x)=x^2-$ シ $x+$ ス で，$Q(x)$ の値は セ

$Q(x)=x^2-$ ソ $x-$ タ で，$Q(x)$ の値は チ

ただし，サ，セ，チ については，当てはまるものを，次の⓪〜⑤のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　すべての実数 x で正となる

①　$x=-1$ のとき 0 となり，その他の実数 x で正となる

②　$x=3$ のとき 0 となり，その他の実数 x で正となる

③　$x=-1$ と $x=3$ のとき 0 となり，その他の実数 x で正となる

④　$-1<x<3$ を満たす x で正となり，その他の実数 x で 0 以下となる

⑤　$-1<x<3$ を満たす x で負となり，その他の実数 x で 0 以上となる

(3)　整式 $P(x)$ がすべての実数 x で 0 以上の値をとるとき，因数 $x+$ ア と $x-$ イ のとる値の正負を考えると

$P(x)=x^4-$ ツ x^3- テ x^2+ トナ $x+$ ニ

であることがわかる。

（下 書 き 用 紙）