2019 年度大学入試センター試験 解説〈数学Ⅱ・B〉

第１問

〔１〕

$$f(\theta)=3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta$$

(1)　$\sin 0=0,\ \cos 0=1,\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

を用いて,

$$f(0)=3\cdot 0^2+4\cdot 0\cdot 1-1^2=\underline{\underline{-1}}$$ ……アイ

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=3\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\frac{9}{4}+\sqrt{3}-\frac{1}{4}$$

$$=\underline{\underline{2}}+\sqrt{\underline{\underline{3}}}$$ ……ウ，エ

(2)　２倍角の公式より,

$$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta,\ \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta \quad \cdots\cdots(*)$$

よって,

$$\cos^2\theta=\underline{\underline{\frac{\cos 2\theta+1}{2}}}$$ ……オ，カ

また，$(*)$より,

$$\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

であるから,

$$f(\theta)=3\cdot\frac{1-\cos 2\theta}{2}+2\cdot\sin 2\theta-\frac{\cos 2\theta+1}{2}$$

$$=\underline{\underline{2}}\sin 2\theta-\underline{\underline{2}}\cos 2\theta+\underline{\underline{1}} \quad \cdots\cdots(**)$$ ……キ，ク，ケ

(3)　①，すなわち$(**)$に，三角関数の合成を用いると,

$$f(\theta)=2\sqrt{2}\left(\sin 2\theta\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\cos 2\theta\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+1$$

$$=2\sqrt{2}\left(\sin 2\theta\cos\frac{\pi}{4}-\cos 2\theta\sin\frac{\pi}{4}\right)+1$$

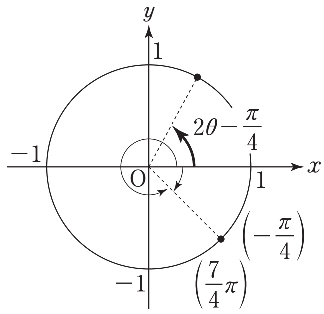
$$=\underline{\underline{2}}\sqrt{\underline{\underline{2}}}\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{\underline{\underline{4}}}\right)+1$$ ……コ，サ，シ

ここで，$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$2\theta-\frac{\pi}{4}$ のとり得る値の範囲は,

$$2\cdot 0-\frac{\pi}{4}\leqq 2\theta-\frac{\pi}{4}\leqq 2\cdot\pi-\frac{\pi}{4}$$

すなわち,

$$-\frac{\pi}{4} \leqq 2\theta - \frac{\pi}{4} \leqq \frac{7}{4}\pi \quad \cdots\cdots(☆)$$



よって，右図より，$-1 \leqq \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$ であるから，

$$-2\sqrt{2}+1 \leqq f(\theta) \leqq 2\sqrt{2}+1$$

ここで，$\sqrt{2}=1.414\cdots\cdots$ に注意すると，$1.4<\sqrt{2}<1.5$ であるから，

$$2\times1.4+1<2\sqrt{2}+1<2\times1.5+1$$

すなわち，

$$3.8<2\sqrt{2}+1<4$$

であるから，$f(\theta)$ がとり得る最大の整数の値 m は $m=\underline{\underline{3}}$　　……ス

また，

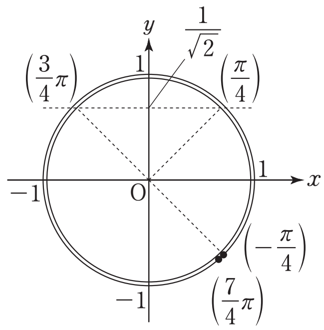
$$f(\theta)=3$$

すなわち，

$$2\sqrt{2}\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{4}\right)+1=3$$

より，

$$\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$



となる θ は，$2\theta-\frac{\pi}{4}$ のとり得る値の範囲(☆)に注意すると，

$$2\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4} \text{ または } \frac{3}{4}\pi$$

よって，

$$\theta=\underline{\underline{\frac{\pi}{4}}},\ \underline{\underline{\frac{\pi}{2}}} \qquad \cdots\cdots セ，ソ$$

〔2〕

②について，真数条件により，

$x+2>0$ かつ $y+3>0$

すなわち，x，y のとり得る値の範囲は，

$x>-2,\ y>-3$ （……②）　　……タ

ここで，底の変換公式により，

$$\log_4(y+3)=\frac{\log_2(y+3)}{\log_2 4}=\frac{\log_2(y+3)}{\log_2 2^2}=\frac{\log_2(y+3)}{2\log_2 2}=\frac{\log_2(y+3)}{2}$$ ……チ

である。よって，②から，

$$\log_2(x+2)-2\cdot\frac{\log_2(y+3)}{2}=-\log_2 2$$

$$\log_2(x+2)=\log_2(y+3)-\log_2 2$$

$$\log_2(x+2)=\log_2\frac{y+3}{2}$$

よって，

$$x+2=\frac{y+3}{2}$$

すなわち，

$y=2x+1$ ……④　　……ツ，テ

次に，④を③に用いると，

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1}-11\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}+6=0$$

$$\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{x}\right\}^2-\frac{11}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{x}+6=0$$

であるから，$t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ とおくと，

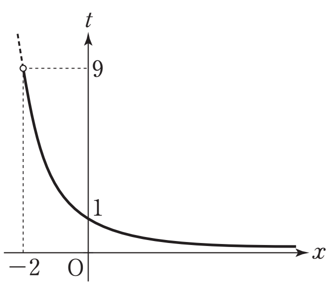
$$\frac{1}{3}t^2-\frac{11}{3}t+6=0$$

より，

$t^2-11t+18=0$ ……⑤　　……トナ，ニヌ

ここで，$x>-2$ であるから，

$t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ $(x>-2)$



のグラフ（右図）より，t のとり得る値の範囲は，

$0<t<9$ ……⑥　　……ネ，ノ

したがって，⑤より，

$(t-2)(t-9)=0$

$t=2,\ 9$

であるから，⑥の範囲で⑤を解くと，$t=\underline{\underline{2}}$ ……ハ

以上より，

$$2=\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^{-x}$$

であるから，両辺の 3 を底とする対数をとると，

$$\log_3 2=\log_3 3^{-x}=-x$$

すなわち，

$$x=-\log_3 2=\log_3 2^{-1}=\log_3 \frac{1}{\underline{\underline{2}}}$$ ……ヒ，フ

また，④にこれを用いて，

$$y=2\log_3 \frac{1}{2}+1=\log_3\left(\frac{1}{2}\right)^2+\log_3 3=\log_3\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 3\right\}=\log_3 \frac{3}{\underline{\underline{4}}}$$ ……ヘ，ホ

第 2 問

(1)　$f(x)=x^3+px^2+qx$ より，

$$f'(x)=3x^2+2px+q \quad \cdots\cdots(*)$$

いま，$f(x)$ が $x=-1$ で極値をとるので，$f'(-1)=\underline{\underline{0}}$ ……ア

よって，

$$3(-1)^2+2p(-1)+q=0 \quad すなわち，2p-q=3$$

また，このときの極値が 2 より，$f(-1)=2$ であるから，

$$(-1)^3+p(-1)^2+q(-1)=2 \quad すなわち，p-q=3$$

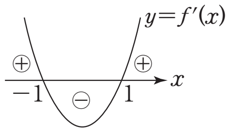
よって，

$$\begin{cases} 2p-q=3 \\ p-q=3 \end{cases} を解いて \begin{cases} p=\underline{\underline{0}} \\ q=\underline{\underline{-3}} \end{cases}$$ ……イ ……ウエ

これを $f(x)$，および$(*)$に用いると，

$$f(x)=x^3-3x$$

$$f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$$



となり，$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	2	↘		↗

したがって，$f(x)$ は，

$x=\underline{\underline{1}}$ 　のとき ……オ

極小値 $f(1)=1^3-3\times1=\underline{\underline{-2}}$ ……カキ

をとる。

(2)　$D : y=-kx^2$

について，

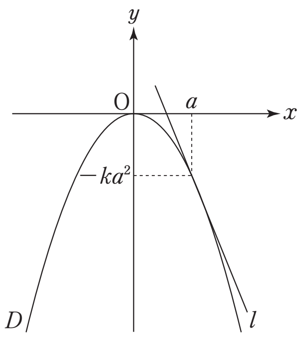
$$y'=-2kx$$

であるから，$\mathrm{A}(a,\ -ka^2)$ における D の接線 l の傾きは，

$$-2ka$$

よって，l の方程式は，

$$y=-2ka(x-a)-ka^2$$



すなわち，

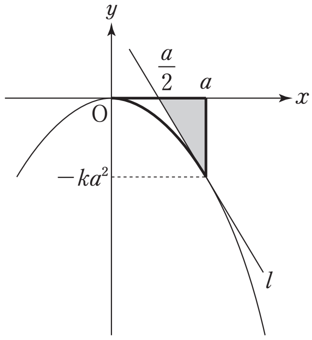
$$y=\underline{\underline{-2}}kax+ka^{\underline{\underline{2}}} \quad \cdots\cdots①$$ ……クケ，コ

ここで，l と x 軸の交点の x 座標は，

$$0=-2kax+ka^2 \quad かつ \quad a>0$$

より，

$$x=\underline{\underline{\frac{a}{2}}}$$ ……サ，シ



である。よって，右図の網目部分の三角形の面積を T とすると，

$$T=\frac{1}{2}\cdot ka^2\cdot\left(a-\frac{a}{2}\right)=\frac{k}{4}a^3$$

また，D と x 軸および直線 $x=a$ で囲まれた図形は，図の太線の内部であり，その面積は，

$$\int_0^a kx^2dx=\left[\frac{k}{3}x^3\right]_0^a=\frac{k}{\underline{\underline{3}}}a^{\underline{\underline{3}}}$$ ……ス，セ

であるから，D と l，および x 軸で囲まれた部分の面積 S は，

$$S=\frac{k}{3}a^3-T$$

$$=\frac{k}{\underline{\underline{12}}}a^3$$ ……ソタ

(3)　点 $\mathrm{A}(a,\ -ka^2)$ が曲線 C 上にあるとき，

$-ka^2=a^3-3a$ かつ $a>0$　より，$k=\dfrac{3}{\underline{\underline{a}}}-\underline{\underline{a}}$ ……チ，ツ，テ

l と C の接点の x 座標が b であるから，

$$f'(b)=3b^2-3=3(b^2-1)$$

よって，l の方程式は b を用いて，

$$y=3(b^2-1)(x-b)+b^3-3b$$

すなわち，

$y=\underline{\underline{3}}(b^2-\underline{\underline{1}})x-\underline{\underline{2}}b^3$　……②　……ト，ナ，ニ

と表される。

②の右辺 $g(x)$ について，

$$f(x)-g(x)=x^3-3x-\{3(b^2-1)x-2b^3\}$$

$$=x^3-3b^2x+2b^3$$

$$f(b)-g(b)=0$$

より，$f(x)-g(x)$ は $x-b$ を因数にもつから，

$$f(x)-g(x)=x^3-3b^2x+2b^2$$

$$=(x-b)(x^2+bx-2b^2)$$

$$=(x-\underline{\underline{b}})^2(x+\underline{\underline{2}}b)$$ ……ヌ，ネ

と因数分解される。

$y=f(x)$ と $y=g(x)$ の交点が $\mathrm{A}(a,\ -ka^2)$ であるから，

$$(x-b)^2(x+2b)=0$$

の $x=b$ でない方の解が a より，

$$a=-2b$$

①と②は共に接線 l を表しているので，傾きを比較することにより，

$$-2ka=3(b^2-1)$$

これに，$k=\dfrac{3}{a}-a$，$b=-\dfrac{a}{2}$ を代入すると，

$$-2a\left(\frac{3}{a}-a\right)=3\left\{\left(-\frac{a}{2}\right)^2-1\right\}$$

であるから，

$$-6+2a^2=\frac{3}{4}a^2-3$$

すなわち，

$$a^2=\underline{\underline{\frac{12}{5}}}$$
……ノハ，ヒ

　よって，

$$ka=3-a^2=3-\frac{12}{5}=\frac{3}{5}$$

であるから，このときの S の値は，

$$S=\frac{k}{12}a^3=\frac{1}{12}\cdot ka\cdot a^2=\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{5}=\underline{\underline{\frac{3}{25}}}$$
……フ，ヘホ

である。

第 3 問

$\{T_n\}$ の階差数列が $\{S_n\}$ であるから，

$$T_{n+1}-T_n=S_n \quad \text{すなわち，} \quad T_{n+1}=T_n+S_n \quad \cdots\cdots(*)$$

であることに注意する。

(1) $S_2=3+3\cdot 4=\underline{\underline{15}}$ ……アイ

また，$(*)$で $n=1$ として，

$T_2=T_1+S_1=(-1)+3=\underline{\underline{2}}$ ……ウ

(2) S_n は初項が 3，公比が 4 の等比数列の初項から第 n 項までの和であるから，

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}3\cdot 4^{k-1}=\frac{3(4^n-1)}{4-1}=\underline{\underline{4}}^{\underline{\underline{n}}}-\underline{\underline{1}}$$ ……エ，カ

(……$\underline{\underline{1}}$) ……オ

また，$n\geqq 2$ のとき，$(*)$より，

$$T_n=T_1+\sum_{k=1}^{n-1}S_k$$

$$=(-1)+\sum_{k=1}^{n-1}(4^k-1)$$

$$=-1+\frac{4(4^{n-1}-1)}{4-1}-(n-1)$$

よって，

$$T_n=\frac{4^{\underline{\underline{n}}}}{\underline{\underline{3}}}-n-\frac{4}{\underline{\underline{3}}}$$ （これは $n=1$ のときも成り立つ。） ……キ，ケ，コ，サ

(……$\underline{\underline{1}}$) ……ク

(3) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=-3, \quad na_{n+1}=4(n+1)a_n+8T_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \quad \cdots\cdots ①$$

を満たすとき，

$$b_n=\frac{a_n+2T_n}{n}$$

とおくと，$\{b_n\}$ の初項 b_1 は，

$$b_1=\frac{a_1+2T_1}{1}=-3+2\cdot(-1)=\underline{\underline{-5}}$$ ……シス

このとき，$\{T_n\}$ について，

$$T_n=\frac{4^n}{3}-n-\frac{4}{3} \quad \text{つまり，} \quad 4^n=3T_n+3n+4$$

であるから，これを$(*)$，すなわち，

$$T_{n+1}=T_n+4^n-1$$

に代入すると，

$$T_{n+1}=T_n+(3T_n+3n+4)-1$$

すなわち，$\{T_n\}$ は，漸化式

$$T_{n+1}=4T_n+3n+3 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \quad \cdots\cdots②$$ ……セ，ソ，タ

を満たす。

よって，

$$b_{n+1}=\frac{a_{n+1}+2T_{n+1}}{n+1}$$

$$=\frac{n(a_{n+1}+2T_{n+1})}{n(n+1)}$$

$$=\frac{\{4(n+1)a_n+8T_n\}+2n(4T_n+3n+3)}{n(n+1)} \quad (①,\ ②より)$$

$$=\frac{4(n+1)a_n+8(n+1)T_n+6n(n+1)}{n(n+1)}$$

$$=4\cdot\frac{a_n+2T_n}{n}+6$$

すなわち，

$$b_{n+1}=4b_n+6 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$ ……チ，ツ

これを，

$$b_{n+1}+2=4(b_n+2)$$

と変形すると，数列 $\{b_n+2\}$ は初項 $b_1+2=-3$，公比 4 の等比数列であるから，

$b_n+2=-3\cdot4^{n-1}$　すなわち，$b_n=-3\cdot4^{n-1}-2$ ……テト，ニ

(……0) ……ナ

以上より，

$b_n=\dfrac{a_n+2T_n}{n}$　すなわち，$a_n=nb_n-2T_n$

に $\{b_n\}$，$\{T_n\}$ の一般項を用いて，

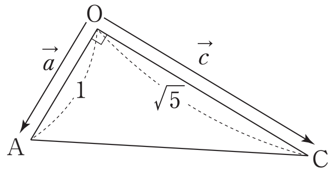
$$a_n=n(-3\cdot4^{n-1}-2)-2\cdot\left(\frac{4^n}{3}-n-\frac{4}{3}\right)$$

$$=-3n\cdot4^{n-1}-\frac{2\cdot4^n}{3}+\frac{8}{3}$$

$$=\frac{-(9n+8)\cdot4^{n-1}+8}{3}$$ ……ヌ，ネ，ノ，ハ，ヒ

第 4 問

(1)　$\vec{a}\cdot\vec{c}=0$ より，$\angle\mathrm{AOC}=\underline{\underline{90}}^\circ$　……アイ



であるから，△OAC の面積は，

$$\frac{1}{2}\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OC}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{5}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{2}}}$$　……ウ，エ

(2)
$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}&=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{b})\\&=\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{b}|^2\\&=0-1-3+(\sqrt{3})^2=\underline{\underline{-1}}\end{aligned}$$　……オカ

また，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BA}}|^2=|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=1^2-2\cdot 1+(\sqrt{3})^2=2$$

より，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BA}}|=\sqrt{\underline{\underline{2}}}$$　……キ

さらに，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|^2=|\vec{c}-\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{b}|^2=(\sqrt{5})^2-2\cdot 3+(\sqrt{3})^2=2$$

より，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=\sqrt{\underline{\underline{2}}}$$　……ク

これらを

$$\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=|\overrightarrow{\mathrm{BA}}||\overrightarrow{\mathrm{BC}}|\cos\angle\mathrm{ABC}$$

に用いて，

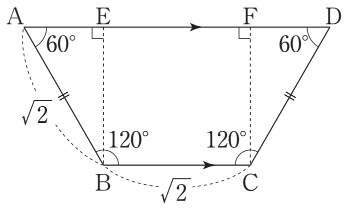
$$\cos\angle\mathrm{ABC}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{BA}}||\overrightarrow{\mathrm{BC}}|}=\frac{-1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}$$

よって，

$$\angle\mathrm{ABC}=\underline{\underline{120}}^\circ$$　……ケコサ

である。さらに，AD∥BC，AB＝CD より，四角形 ABCD が等脚台形であることから，

$$\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{ADC}=\underline{\underline{60}}^\circ$$　……シス



となる。右図のように E，F をとると，

$$\mathrm{AE}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}\mathrm{BC},\ \ \mathrm{EF}=\mathrm{BC},\ \ \mathrm{FD}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}$$

であるから，

$$\mathrm{AD}=\mathrm{AE}+\mathrm{EF}+\mathrm{FD}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}+\mathrm{BC}+\frac{1}{2}\mathrm{BC}$$

よって，

$$\mathrm{AD}=2\mathrm{BC}$$

これより，

$$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\underline{\underline{2}}\,\overrightarrow{\mathrm{BC}}$$ ……セ

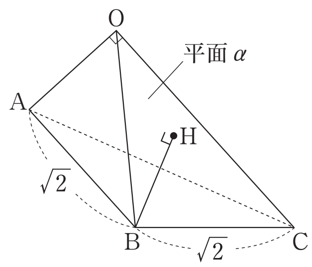
であるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=2(\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}})$$ より，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{a}-\underline{\underline{2}}\vec{b}+\underline{\underline{2}}\vec{c}$ ……ソ，タ

また，四角形 ABCD の面積は，$\mathrm{EB}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ より，

$$\frac{1}{2}(\mathrm{AD}+\mathrm{BC})\cdot\mathrm{EB}=\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\underline{\underline{\frac{3\sqrt{3}}{2}}}$$ ……チ，ツ，テ

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=s\vec{a}+t\vec{c}$



$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\perp\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\perp\vec{c}$ より，

$$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\cdot\vec{a}=\underline{\underline{0}}\quad\text{かつ}\quad\overrightarrow{\mathrm{BH}}\cdot\vec{c}=0$$ ……ト

である。

$$\overrightarrow{\mathrm{BH}}=\overrightarrow{\mathrm{OH}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=s\vec{a}+t\vec{c}-\vec{b}$$

より，

$$\begin{cases}(s\vec{a}+t\vec{c}-\vec{b})\cdot\vec{a}=0\\(s\vec{a}+t\vec{c}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0\end{cases}$$

であるから，

$$\begin{cases}s|\vec{a}|^2+t\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{b}=0\\s\vec{a}\cdot\vec{c}+t|\vec{c}|^2-\vec{b}\cdot\vec{c}=0\end{cases}$$

よって，

$$\begin{cases}s\cdot1^2+t\cdot0-1=0\\s\cdot0+t\cdot(\sqrt{5})^2-3=0\end{cases}\quad\text{より，}\quad\begin{cases}s=\underline{\underline{1}}\\t=\underline{\underline{\dfrac{3}{5}}}\end{cases}$$ ……ナ ……ニ，ヌ

これより，

$$\overrightarrow{\mathrm{BH}}=\vec{a}-\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}$$

であるから，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BH}}|^2=\left|\vec{a}-\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}\right|^2$$

$$=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+\frac{9}{25}|\vec{c}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}-\frac{6}{5}\vec{b}\cdot\vec{c}+\frac{6}{5}\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=1^2+(\sqrt{3})^2+\frac{9}{25}\cdot(\sqrt{5})^2-2\cdot1-\frac{6}{5}\cdot3+\frac{6}{5}\cdot0$$

$$=\frac{1}{5}$$

よって，

$$|\overrightarrow{\mathrm{BH}}|=\frac{1}{\sqrt{5}}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{5}}}$$ ……ネ，ノ

したがって，(1)より，

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{OAC}\cdot|\overrightarrow{\mathrm{BH}}|$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$=\underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

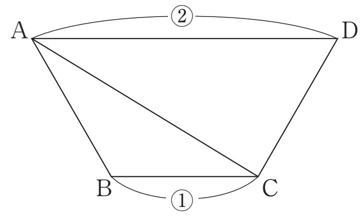
……ハ，ヒ

(4)　　AD∥BC，AD：BC＝2：1

より，四角形 ABCD の面積は，

△ABC の面積の 3 倍

であり，四角形 ABCD を底面とみたときの四角錐 OABCD の高さを h とすると，この四角錐の体積は，



$$\frac{1}{3}\cdot(3\triangle\mathrm{ABC})\cdot h=3\cdot\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot h$$

これに $V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot h$ を用いると，

(四角錐 OABCD の体積)＝$\underline{\underline{3}}V$　　……フ

さらに，

$$3V=\frac{1}{3}\times(\text{四角形ABCD})\times h$$

より，

$$3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot h$$

よって，

$$h=\frac{1}{\sqrt{3}}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}}$$

……へ，ホ