試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

H

数　学　②〔数学Ⅱ　　〕

（100点　60分）

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点となることがあります。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出　題　科　目	ペ ー ジ	選　　択　　方　　法
数　　学　　Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～29	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数　学　II

(全　問　必　答)

第１問 (配点　30)

〔1〕

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

$$\sin\theta > \sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

となる θ の値の範囲を求めよう。

加法定理を用いると

$$\sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}\cos\theta + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\sin\theta$$

である。よって，三角関数の合成を用いると，① は

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}\right) < 0$$

と変形できる。したがって，求める範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi < \theta < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi$$

である。

(数学 II 第１問は次ページに続く。)

(2)　$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とし，k を実数とする。$\sin\theta$ と $\cos\theta$ は x の2次方程式 $25x^2 - 35x + k = 0$ の解であるとする。このとき，解と係数の関係により $\sin\theta + \cos\theta$ と $\sin\theta\cos\theta$ の値を考えれば，$k = \boxed{\text{ケコ}}$ であることがわかる。

さらに，θ が $\sin\theta \geqq \cos\theta$ を満たすとすると，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。このとき，θ は $\boxed{\text{ソ}}$ を満たす。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{12}$　　①　$\dfrac{\pi}{12} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6}$　　②　$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$

③　$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3}$　　④　$\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta < \dfrac{5}{12}\pi$　　⑤　$\dfrac{5}{12}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$

（数学Ⅱ第1問は次ページに続く。）

〔2〕

(1)　t は正の実数であり，$t^{\frac{1}{3}}-t^{-\frac{1}{3}}=-3$ を満たすとする。このとき

$$t^{\frac{2}{3}}+t^{-\frac{2}{3}}=\boxed{\text{タチ}}$$

である。さらに

$$t^{\frac{1}{3}}+t^{-\frac{1}{3}}=\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}},\quad t-t^{-1}=\boxed{\text{トナニ}}$$

である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

(2) x, y は正の実数とする。連立不等式

$$\begin{cases} \log_3(x\sqrt{y}) \leqq 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ \log_{81}\dfrac{y}{x^3} \leqq 1 & \cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

について考える。

$X = \log_3 x$, $Y = \log_3 y$ とおくと，② は

$$\boxed{\text{ヌ}}\,X + Y \leqq \boxed{\text{ネノ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

と変形でき，③ は

$$\boxed{\text{ハ}}\,X - Y \geqq \boxed{\text{ヒフ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

と変形できる。

X, Y が ④ と ⑤ を満たすとき，Y のとり得る最大の整数の値は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。また，x, y が ②，③ と $\log_3 y = \boxed{\text{ヘ}}$ を同時に満たすとき，x のとり得る最大の整数の値は $\boxed{\text{ホ}}$ である。

数学Ⅱ

第2問 (配点 30)

$a > 0$ とし，$f(x) = x^2 - (4a - 2)x + 4a^2 + 1$ とおく。座標平面上で，放物線 $y = x^2 + 2x + 1$ を C，放物線 $y = f(x)$ を D とする。また，ℓ を C と D の両方に接する直線とする。

(1) ℓ の方程式を求めよう。

ℓ と C は点 $(t,\ t^2 + 2t + 1)$ において接するとすると，ℓ の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ア}}\,t + \boxed{\text{イ}}\right)x - t^2 + \boxed{\text{ウ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。また，ℓ と D は点 $(s,\ f(s))$ において接するとすると，ℓ の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{エ}}\,s - \boxed{\text{オ}}\,a + \boxed{\text{カ}}\right)x - s^2 + \boxed{\text{キ}}\,a^2 + \boxed{\text{ク}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。ここで，①と②は同じ直線を表しているので，$t = \boxed{\text{ケ}}$，$s = \boxed{\text{コ}}\,a$ が成り立つ。

したがって，ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{サ}}\,x + \boxed{\text{シ}}$ である。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

(2) 二つの放物線 C, D の交点の x 座標は $\boxed{ス}$ である。

C と直線 ℓ, および直線 $x = \boxed{ス}$ で囲まれた図形の面積を S とすると,

$S = \dfrac{a^{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$ である。

(3) $a \geqq \dfrac{1}{2}$ とする。二つの放物線 C, D と直線 ℓ で囲まれた図形の中で $0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分の面積 T は, $a > \boxed{タ}$ のとき, a の値によらず

$$T = \frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$$

であり, $\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{タ}$ のとき

$$T = -\boxed{テ}a^3 + \boxed{ト}a^2 - \boxed{ナ}a + \frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$$

である。

(4) 次に, (2), (3) で定めた S, T に対して, $U = 2T - 3S$ とおく。a が $\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{タ}$ の範囲を動くとき, U は $a = \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒフ}}$ をとる。

第3問 (配点 20)

Oを原点とする座標平面上に点A(0, 6)がある。点Aを通る傾きmの直線をℓとし，中心が点(0, 2)でx軸に接する円をCとする。

(1) 直線ℓの方程式は$y = mx + \boxed{\text{ア}}$である。また，円$C$の方程式は$x^2 + \left(y - \boxed{\text{イ}}\right)^2 = \boxed{\text{ウ}}$である。

(2) $m = \pm\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$のとき，直線$\ell$と円$C$は接する。$m = -\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$のときの接点の座標は$\left(\sqrt{\boxed{\text{オ}}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$である。

(3) 直線ℓと円Cが異なる2点で交わるようなmのうち，最小の正の整数は$\boxed{\text{キ}}$である。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

(4) 直線 ℓ が点 B(3, 0) を通るとき，$m =$ $\boxed{クケ}$ である。さらに，直線 ℓ と円 C の二つの交点を点 A に近い方から順に点 D，点 E とすれば，座標はそれぞれ

$$\mathrm{D}\left(\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}},\ \frac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}\right),\quad \mathrm{E}\left(\boxed{ソ},\ \boxed{タ}\right)$$

である。

このとき，次のように △ODE の面積 S を求めよう。まず，△OAB の面積は $\boxed{チ}$ である。また，点 A，D，E，B の各 x 座標の値により，三つの線分 AD，DE，EB の長さの比は

$$\mathrm{AD} : \mathrm{DE} : \mathrm{EB} = \boxed{ツ} : \boxed{テ} : 5$$

であることがわかる。このことから，$S = \dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}$ である。

第4問 (配点 20)

4次の整式 $P(x) = 2x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 21x + 18$ について考える。

(1) 方程式 $P(x) = 0$ の解を求めよう。

$P(0) \neq 0$ であるから，$x = 0$ は $P(x) = 0$ の解ではない。そこで，$P(x) = 0$ の両辺を x^2 で割ると

$$2x^2 - 7x + 8 - \frac{21}{x} + \frac{18}{x^2} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を得る。$t = x + \dfrac{3}{x}$ とおき，① の左辺を t を用いて表すことにより

$$\boxed{\text{ア}}\,t^2 - \boxed{\text{イ}}\,t - \boxed{\text{ウ}} = 0$$

を得る。これを解くと，$t = \boxed{\text{エ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ となる。

$t = \boxed{\text{エ}}$ のとき，$x = \boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ク}} < \boxed{\text{ケ}}$ とする。

また，$t = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のとき，$x = \dfrac{\boxed{\text{コサ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{シス}}}\,i}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

(2) $\alpha = 1 - \sqrt{3}\,i$ に対して，$P(\alpha)$ の値を求めよう。

$(\alpha - 1)^2 = \boxed{ソタ}$ である。これを整理すると

$$\alpha^2 - \boxed{チ}\alpha + \boxed{ツ} = 0$$

である。

$P(x)$ を $x^2 - \boxed{チ}x + \boxed{ツ}$ で割ると，商は

$$\boxed{テ}x^2 - \boxed{ト}x - \boxed{ナ}$$

で，余りは

$$\boxed{ニヌネ}\left(x - \boxed{ノ}\right)$$

である。

したがって，$P(\alpha) = \boxed{ハヒ}\left(\boxed{フ} + \sqrt{3}\,i\right)$ である。

（下 書 き 用 紙）

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イウ}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{アイウ}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イウ}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{ア}$ ，$\boxed{イウ}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{キ}$. $\boxed{クケ}$ に2.5と答えたいときは，2.50として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。