2020 年第 1 回 7 月名大本番レベル模試　（2020 年 7 月 12 日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1)（配点　27 点）

- $a>0$ が必要であることに 4 点

  $\lim_{x\to 1+0} f'(x)=\infty$ が必要だから $a>0$ など、方法は様々。

  $a\geqq 0$ を示していても可。

- 分子の有理化に 3 点。Ⓐ

  ※ⒶⒷについて、b を巻き込んだ変形も可。

$$f(x)=\frac{(1-a^2)x-2abx-1-b^2}{\sqrt{x^2-1}+ax+b}\text{—Ⓐ}$$

$$=f(x)=\frac{(1-a^2)x-2ab-\dfrac{1+b^2}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}+a}\text{—Ⓑ}$$

- 極限が分かる形にして 2 点。Ⓑ
- $1-a^2=0$ を導いて 2 点。
- a,b に 6 点。（各 3 点）
- 増減の根拠に 3 点。
- $y=f(x)$ が単調増加することに 2 点。（グラフから読み取れれば、無記述でもよい）
- 図示に 5 点。

  大まかな形に 3 点。

  (1,1)、漸近線に $y=2$ に 1 点ずつ（漸近線がある図は 4 点、ない図は 1 点）

  $\lim_{x\to 1+0} f'(x)=\infty$、凹凸は不要。

(2)（配点　23 点）

- 接線の方程式に 5 点。Ⓒ
- B の y 座標に 3 点。

  ※Ⓒの y 切片が正しいとき、自動的に加点。

- C の x 座標に 3 点。

- $S(t)$を t の式で表して 5 点。
- 極限が分かる形にして 5 点。
- 答えに 2 点。

【$a=1, b=-2$ についての別解】（17 点分）

- $f(x)$を極限が分かる形にして 3 点。
- $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}--a-\frac{b}{x})$ に 3 点。
- 1－a=0 を導いて 2 点。
- 分子の有理化に 3 点。
  ※この形から、増減の根拠（3 点)も加点される。
- 答えに 6 点。（各 3 点）

第 2 問（50 点満点）

⑴ （配点　16 点）

※Ⓐについて

余計なものは 1 つにつき-1 点。ただし、下限は 0。

- p_2 を求める過程に 4 点。Ⓐ（計 4 通りに 1 点ずつ）方法は問わない。
- p_2 の値に 4 点。
- p_4 を求める過程に 4 点。Ⓐ（計 4 通りに 1 点ずつ）方法は問わない。
- p_4 の値に 4 点。

⑵ （配点　34 点）

- S_n が 3 つあることに 4 点。
- $S_n=n$ のとき 1 通りであることに 2 点。
- $S_n=3n$ のとき 1 通りであることに 2 点。
- $S_n=2n$ のとき文字を設定して 5 点。
- (x,y,z)をパラメータ表示して 4 点。
- n が偶数の時の z の値に 2 点。
- (x,y,z)の組に 3 点。（ココが正しければ上記も加点）
- $(x,y,z)\leftrightarrow(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ が 1 対 1 に 3 点。

  「よって、$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ も $(\frac{n}{2}+1)$ 通り」程度の記載で可
- n が奇数の時の z の値に 2 点。
- (x,y,z)の組に 3 点。（ココが正しければ上記も加点）
- n が偶数のときの P_n に 2 点。
- n が奇数のときの P_n に 2 点。

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 25 点）

- 文字置きして 6 点（各 3 点）

- $z^2+(a-1)z-(a-3)=0$ に 3 点。
- $\overrightarrow{PQ}$ が l,m と垂直であることに 6 点。（各 3 点）

  ※直接数式で立式した場合、値が正しくなくても加点してよい。
- S の値に 3 点。
- T の値に 3 点。
- P、Q の座標に 4 点。（各 2 点）

（2）（配点 25 点）

※ベクトルの面積公式利用については、別紙。

- △PDE の面積を DE、PQ で表して 4 点。
- PQ=$\sqrt{66}$ に 4 点。
- △PDE の面積の値に 4 点。
- $l \perp m$ に 4 点。Ⓐ（(1)に記述されている場合に注意）
- 高さが CP となることに 4 点。

  ※Ⓐが記述されているときのみ加点。
- 四面体 PCDE の体積の値に 5 点。

【解説】

(1)

- 最初の答えの 9 点と答の 4 点は小同じ。
- $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2$ の平方完成に 6 点。

  ※1 ヶ所でもミスがあったら 0 点。
- 最少となる値 $s=-2, t=1$ に 3 点ずつ。

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点 24 点）

- X の値を出した時点では加点しない。
- a_n の値に 5 点。
- $a_n \neq 1$ に 3 点。（背理法を利用していれば）
- 上記仮定を数式化して 3 点。
- a_n の式に 5 点。
- （イ）に反することに 5 点。

  ※和計算の軽微なミスは許容。
- 結論を明示して 3 点。

（2）（配点 26 点）

- この N の導入に 3 点。
- $1 \leqq n \leqq N-1$ のときの a_n の値に 3 点。
- $N \leqq n$ のときの a_n の値に 3 点。（理由は不要）
- 和を分けていれば 4 点。

- $\sum_{k=1}^{997} a_k$ の値に 4 点。
- （イ）を式処理して 3 点。
- N=11 に 3 点。
- 答えに 3 点。

【解説】

(2)

- このようにしてこれを求めた場合、(2)において最初の 3 点×3 を加点してよい。

第 5 問（50 点満点）

- 1 または-1を解に持つことに 6 点。理由なしでも可とする。

<解 1>

- α=1 のときの $f(1)$ に 3 点。
- 2 次方程式を導いて 4 点。
- 解が互いに共役な複素数であることに 3 点。
- 解の絶対値が 1 を利用して 3 点。

  $z = \dfrac{-(a+1) \pm \sqrt{-a^2+2a+11}i}{2}$ から $|z|$=1 など、方法は様々。
- a に 3 点。
- b に 3 点。
- （※）の 3 解に 3 点。（抜けは 2 点止まり）
- $\alpha=-1$のときの $f(1)$ に 3 点。
- （※）を変形して 4 点。
- $z^2+(a-1)z-(a-3)=0$ の解に 6 点（3 点×2）
- a の値に 3 点。
- b の値に 3 点。
- （※）の 3 解に 3 点。

※(ii)は(i)と同じ基準、対称性を用いるものは別紙。

<解 2>

- （※）が虚数解をもつならば共役な複素数も解なことに 5 点。（「係数が実数」に言及することが必要）
- α=1 または $\alpha=-1$に気づいていれば 6 点。

  共役虚数解をもつことに 3 点。

  解の絶対値が 1 を利用していれば 3 点。
- a,b,α,θに関する条件式 3 つに 15 点。（各 5 点）
- α=1 のときの a,b の値に 6 点。（各 3 点）
- α=1 のときの（※）の解に 3 点。（1 抜けは 2 点止まり）
- $\alpha=p_4$ のときの a,b の値に 6 点。（各 3 点）
- $\alpha=-1$のときの（※）の解に 3 点。（-1抜けは 2 点止まり）