2020 年度第 5 回早慶上理・難関国公立大模試

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）～（5）（配点各 10 点）

第 2 問（25 点満点）

（1）（配点　7 点）

- M_1, M_2 がいずれも奇数である場合を説明して 2 点
- 確率 p の値に 1 点
- M_1, M_2 がいずれも偶数である場合を説明して 2 点
- 確率 q の値に 2 点

（2）（配点　7 点）

- S_1, S_2 がいずれも奇数である場合を説明して 2 点
- 確率 r の値に 1 点
- S_1, S_2 がいずれも偶数である場合を説明して 2 点
- 確率 s の値に 2 点

（3）（配点　11 点）

- $S_1 < S_2$ となる場合の取り出し方を説明して 4 点
- $S_1 = S_2$ となる場合の数を考察して 4 点
- $S_1 = S_2$ となる場合の数を求めて 1 点
- 答えに 2 点

第 3 問（25 点満点）

（1）（配点　7 点）

- $\angle$ACB を求めて 1 点
- $\triangle$ABC に正弦定理を適用して 4 点
- 答えに 2 点（各 1 点）

（2）（配点　6 点）

- 面積 S を立式して 4 点
- 答えに 2 点

（3）（配点　12 点）

- 面積 T を立式して 3 点
- 面積 T の値に 3 点
- ⑵で求めた面積 S を合成して 2 点
- θ の範囲を示して 2 点
- 面積 T の最大値に 2 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（60 点満点）

（1）～（5）（配点各 12 点）

第 2 問（60 点満点）

（1）～（5）（配点各 12 点）

第 3 問（35 点満点）

（1）（配点　12 点）

- 楕円で囲まれた図形の面積 T を立式して 4 点
- 置換積分を用いた計算に 4 点
- 正しく証明して 4 点

（2）（配点　13 点）

- 楕円 E の式と直線 AB の式から y を消去し整理して 6 点
- 整理した式に判別式 D を用いて 2 点
- 判別式 $D=0$ を考察して 2 点
- 途中の計算と答えに 3 点

（3）（配点　10 点）

- a, b が動く範囲を正しく図示できて 2 点
- 楕円 E で囲まれた面積 $S=\pi ab$ に 1 点
- 面積 S が最大となる場合の考察に 4 点
- S の最大値に 1 点
- そのときの a, b の値に 2 点（各 1 点）

第 4 問（35 点満点）

（1）（配点　9 点）

- 逆関数 $g(x)$ に 2 点
- $y=e^{ax}$ と $y=g(x)$ のグラフが $x=e$ で接することから，$e^{ae}=\dfrac{1}{a}, ae^{ae}=\dfrac{1}{ae}$ であることを求めて 4 点（各 2 点）
- 答えに 3 点

（2）（配点　13 点）

- D を図示し，概形を把握できていて 5 点
- D の面積 S を立式して 4 点
- 答えに 4 点

（3）（配点　13 点）

- 体積 V を立式して 4 点
- 定積分 $\int_0^e e^{\frac{2x}{e}}dx$ を正しく計算して 2 点

- 定積分$\int_1^e (\log x)^2 dx$を正しく計算して 5 点
- 答えに 2 点

第 5 問（35 点満点）

（1）（配点　9 点）

- 円 C の方程式を実数 k を用いて表して 3 点
- 円 C は点$(-2, 3)$を通ることから，実数 k が満たす式を示して 2 点
- 答えに 4 点

（2）（配点　13 点）

- 点 Q，R は 2 つの円 C と，線分 AP を直径とする円 C'の 2 交点であることに気付いて 5 点
- 円 C'の方程式を立式して 3 点
- 答えに 5 点

（3）（配点　13 点）

- 直線 AP の方程式を立式して 2 点
- $x=0$のとき，$t=0$となることを示して 1 点
- $x=0$のとき，中点 M の座標を求めて 1 点
- $x \neq 0$のとき，直線 AP の方程式から t を消去して 2 点
- 式変形により，円と判別できる式まで変形して 2 点
- 求める軌跡に 2 点
- 正しく図示して 3 点

第 6 問（35 点満点）

（1）（配点　12 点）

- △OAC と直線 FP にメネラウスの定理を適用し，$\dfrac{\mathrm{CP}}{\mathrm{PA}}$を求めて 2 点
- △OBC と直線 FQ にメネラウスの定理を適用し，$\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QB}}$を求めて 2 点
- △OAB と直線 DR にメネラウスの定理を適用し，$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}$を求めて 2 点
- 答えに 6 点（各 2 点）

（2）（配点　10 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}, \overrightarrow{\mathrm{PR}}$を$\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$を用いてそれぞれ表して 4 点（各 2 点）
- $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$が成り立つことを示して 3 点
- 答えに 3 点

（3）（配点　13 点）

- 正四面体 OABC と正四面体 BEQR の体積比を求めて 5 点
- 正四面体の高さを求めて 3 点

- 正四面体 OABC の体積を求めて 2 点
- 答えに 3 点

第 7 問（35 点満点）

（1）（配点　10 点）
- M_1, M_2 がいずれも奇数である場合を説明して 2 点
- 確率 p の値に 2 点
- M_1, M_2 がいずれも偶数である場合を説明して 3 点
- 確率 q の値に 3 点

（2）（配点　10 点）
- S_1, S_2 がいずれも奇数である場合を説明して 2 点
- 確率 r の値に 2 点
- S_1, S_2 がいずれも偶数である場合を説明して 3 点
- 確率 s の値に 3 点

（3）（配点　15 点）
- $S_1 < S_2$ となる場合の取り出し方を説明して 5 点
- $S_1 = S_2$ となる場合の数を考察して 5 点
- $S_1 = S_2$ となる場合の数を求めて 2 点
- 答えに 3 点

第 8 問（35 点満点）

（1）（配点　10 点）
- ∠ACB を求めて 2 点
- △ABC に正弦定理を適用して 4 点
- 答えに 4 点（各 2 点）

（2）（配点　8 点）
- 面積 S を立式して 5 点
- 答えに 3 点

（3）（配点　17 点）
- 面積 T を立式して 5 点
- 面積 T の値に 4 点
- ⑵で求めた面積 S を合成して 3 点
- θ の範囲を示して 2 点
- 面積 T の最大値に 3 点