2021 年度　最終　早慶上理・難関国公立大模試

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（40 点満点）

（1）（配点 8 点　(i)3 点，(ii)5 点）

（2）（配点 8 点）

（3）（配点 8 点）

（4）（配点 8 点）

（5）（配点 8 点　(i)4 点，(ii)4 点）

第 2 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- 左辺の因数の正負を考慮し，正しく図示して 6 点

（2）（配点 10 点）

- 2 円の半径の和と中心間の距離の関係から，k の値の範囲を考察して 5 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 14 点）

- AP が最小になるときの点 P の位置を考察して 4 点
- 円 $x^2+(y-2)^2=4$ 上に P があるとき，線分 AP が最小になるときを考察して 3 点
- 直線 $x+y-2=0$ 上に P があるとき，線分 AP が最小になるときを考察して 3 点
- 途中の計算と答えに 4 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $f(0),\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ を計算し，2 元連立方程式を作って 4 点
- 答えに 2 点

（2）（配点 12 点）

- 加法定理を用いて $f(x)$ を変形して 4 点
- $\sin 2x$ を t で表して 4 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 12 点）

- $t = \sin x + \cos x$ を合成して 3 点
- t のとり得る値の範囲を求めて 3 点
- $g(x) = -\sqrt{3}t^2 + t + \sqrt{3}$ とおき，平方完成して 2 点
- 途中の計算と答えに 4 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点　(i)6 点，(ii)6 点）

（2）（配点 12 点）

（3）（配点 12 点）

（4）（配点 12 点）

（5）（配点 12 点　(1)6 点，(ii)6 点）

第 2 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点　(i)6 点，(ii)6 点）

（2）（配点 12 点）

（3）（配点 12 点）

（4）（配点 12 点）

（5）（配点 12 点　(1)6 点，(ii)6 点）

第 3 問（35 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 2 式から y を消去し整理し，2 次方程式の判別式をとって 4 点
- k の値を求めて 4 点
- P_0 の座標を求めて 4 点

（2）（配点 8 点）

- 第 1 象限内で C_1 と接する接線の方程式の傾きを求めて 2 点
- P_0 における C_1 の接線の方程式を求めて 3 点
- 2 つの接線の傾きが一致することから題意を証明して 3 点

（3）（配点 15 点）

- 面積を求める式を立式して 5 点
- 途中の計算と答えに 10 点

第 4 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $V(t)$ を求める式を立式して 4 点
- 途中の計算と答えに 6 点

（2）（配点 12 点）

- 与式を微分して 3 点
- 増減表を示して 3 点
- 正しく証明して 6 点

（3）（配点 13 点）

- $g(t)=2t+\dfrac{1}{t}+\dfrac{1}{t+1}-3$ とおき，$g(t)$ を微分して 2 点
- $V(t)$ が最小値をもつことを証明して 4 点
- $V(t)$ が最小となる t を p とするとき，$0.7<p<0.8$ であることを証明して 7 点

第 5 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $Y_3=4$ となる玉の取り出し方を考察して 3 点
- $Y_3=4$ となる確率を立式して 3 点
- 答えに 4 点

（2）（配点 15 点）

- $Y_n=8$ となる玉の取り出し方を考察して 4 点
- $Y_n=8$ となる確率を立式して 4 点
- $n=1, 2$ のときも成り立つことを示して 3 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 10 点）

- Z_{n+1} が偶数となる玉の取り出し方を考察して 3 点
- p_{n+1} を p_n を用いて表して 4 点
- p_n を n の式で表して 3 点

第 6 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表して 2 点
- $\mathrm{OM}\perp\mathrm{AB}$ より，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ を用いて 3 点
- $\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求めて 2 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 12 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$ より，線分 OM が平面 ABC に垂直であることを示して 3 点
- $\triangle$ABC 面積を求めて 3 点
- 線分 OM の長さを求めて 3 点
- 答えに 3 点

（3）（配点 13 点）

- U は線分 ST を $2:1$ に内分する点であることから，$\overrightarrow{\mathrm{OU}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表して 3 点
- U は平面 OAM 上の点であることから，$\overrightarrow{\mathrm{OU}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表して 3 点
- 途中の計算と答えに 7 点

第７問（35 点満点）

（1）（配点 7 点）

- 左辺の因数の正負を考慮し，正しく図示して 7 点

（2）（配点 12 点）

- 2 円の半径の和と中心間の距離の関係から，k の値の範囲を考察して 6 点
- 答えに 6 点

（3）（配点 16 点）

- AP が最小になるときの点 P の位置を考察して 4 点
- 円 $x^2+(y-2)^2=4$ 上に P があるとき，線分 AP が最小になるときを考察して 4 点
- 直線 $x+y-2=0$ 上に P があるとき，線分 AP が最小になるときを考察して 4 点
- 途中の計算と答えに 4 点

第８問（35 点満点）

（1）（配点 7 点）

- $f(0),\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ を計算し，2 元連立方程式を作って 4 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 14 点）

- 加法定理を用いて $f(x)$ を変形して 5 点
- $\sin 2x$ を t で表して 4 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 14 点）

- $t=\sin x+\cos x$ を合成して 3 点
- t のとり得る値の範囲を求めて 3 点
- $g(x)=-\sqrt{3}t^2+t+\sqrt{3}$ とおき，平方完成して 3 点
- 途中の計算と答えに 5 点