広島大本番レベル模試(文系)

解答・解説・採点基準

全４問　１２０分　２００点満点

〔Ｉ〕　(５０点)

【解答・採点基準】

(1)

$a_1=\dfrac{1}{2}$ から，逐次的に計算すると，

$$a_2=\frac{-1}{\frac{1}{2}+1}=-\frac{2}{3}<0$$

$$a_3=\frac{-1}{-\frac{2}{3}-1}=\frac{3}{5}>0$$

$$a_4=\frac{-1}{\frac{3}{5}+1}=-\frac{5}{8}$$

となる。

(答)　$a_2=-\dfrac{2}{3},\ a_3=\dfrac{3}{5},\ a_4=-\dfrac{5}{8}$

(2)

数学的帰納法により $a_{2n-1}>0$ を示す。

[1]　$n=1$ のとき

$a_1=\dfrac{1}{2}>0$ より成立する。

[2]　$n=k$ (k は正の整数)のとき $a_{2k-1}>0$ を仮定すると，

$$a_{2k}=\frac{-1}{a_{2k-1}+1}\quad\cdots①$$

となる。ここで，①式の分母は正であり，分子は負であるから $a_{2k}<0$ である。よって，

採点基準

(1)　9 点

$a_2=-\dfrac{2}{3}$ ‥3 点

$a_3=\dfrac{3}{5}$ ‥3 点

$a_4=-\dfrac{5}{8}$ ‥3 点

(2)　16 点

$a_{2k-1}>0$ **の仮定の下で** $a_{2k}<0$ ‥8 点

$$a_{2k+1}=\frac{-1}{a_{2k}-1} \quad \cdots ②$$

となる。ここで，②式の分子と分母は共に負であるから，

$a_{2(k+1)-1}=a_{2k+1}>0$である。よって，$n=k+1$のときも成立する。

以上, [1], [2]より，問題文の主張は成立する。

(証明終)

証明完了‥8点

（$n=1$の確認がない場合は2点減点）

(3)

(3)　25点

(2)の過程より，$a_{2n-1}=\alpha>0$とおくと，

$$a_{2n}=\frac{-1}{\alpha+1}$$

となる。ここで，$a_{2n}<0$であるから，

$$a_{2n+1}=\frac{-1}{\frac{-1}{\alpha+1}-1}=\frac{\alpha+1}{\alpha+2}$$

$$\therefore a_{2n}+a_{2n+1}=\frac{-1}{\alpha+1}+\frac{\alpha+1}{\alpha+2}=\frac{\alpha^2+\alpha-1}{(\alpha+1)(\alpha+2)}$$

$a_{2n}+a_{2n+1}$をa_{2n-1}のみで表す‥6点

を得る。よって，

$$a_{2n}+a_{2n+1}<0$$
$$\Leftrightarrow \alpha^2+\alpha-1<0 \ \left(\because (\alpha+1)(\alpha+2)>0\right)$$
$$\Leftrightarrow \left(\alpha-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\alpha-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)<0$$
$$\therefore 0<\alpha<\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

を示せば十分である。以下，数学的帰納法により

$$0<a_{2n-1}<\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \cdots ③$$

③式に帰着して‥6点

を示す。

[1]　$n=1$のとき

$$a_1=\frac{1}{2}$$

であり，

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{\sqrt{4}-1}{2}=\frac{1}{2}$$

より，

$$0 < a_1 < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

が成立する。

[2] $n=k$ (k は正の整数)のとき $0 < a_{2k-1} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ を仮定すると,

$$a_{2k+1} = \frac{a_{2k-1}+1}{a_{2k-1}+2} = 1 - \frac{1}{a_{2k-1}+2}$$

より,

$$2 < a_{2k-1}+2 < \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2}{3+\sqrt{5}} < \frac{1}{a_{2k-1}+2} < \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} < \frac{1}{a_{2k-1}+2} < \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < 1 - \frac{1}{a_{2k-1}+2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$
$$\therefore 0 < \frac{1}{2} < a_{2k+1} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

となり, $n=k+1$ のときも③式は成立する。

以上, [1], [2]より, $0 < a_{2n-1} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ が示され, 同時に問題文の主張も示された。

(証明終)

a_{2k+1} を a_{2k-1} のみで表す‥6 点

証明完了‥7 点
($n=1$ の確認がない場合は 2 点減点)

(3)[別解 1]

(3)[別解 1]　25 点

(2)の過程より, $a_{2n} < 0$ であるから, $a_{2n} = \beta$ とおくと,

$$a_{2n+1} = \frac{-1}{\beta - 1}$$
$$\therefore a_{2n} + a_{2n+1} = \beta + \frac{-1}{\beta-1} = \frac{\beta^2-\beta-1}{\beta-1}$$

を得る。よって,

$a_{2n}+a_{2n+1}$ を a_{2n} のみで表す‥6 点

$$a_{2n}+a_{2n+1}<0$$
$$\Leftrightarrow \beta^2-\beta-1>0\ (\because \beta-1<0)$$
$$\Leftrightarrow \left(\beta-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\beta-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)>0$$
$$\Leftrightarrow \beta-\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0\ \left(\because \beta-\frac{1+\sqrt{5}}{2}<0\right)$$
$$\therefore \beta<\frac{1-\sqrt{5}}{2}(<0)$$

を示せば十分である。以下，数学的帰納法により

$$a_{2n}<\frac{1-\sqrt{5}}{2} \qquad \cdot\cdot\cdot④$$

を示す。

[1]　$n=1$ のとき

(1)の結果より

$$a_2=-\frac{2}{3}$$

である。また，

$$5<6.25\Leftrightarrow \sqrt{5}<2.5$$

より，

$$\begin{aligned}\frac{1-\sqrt{5}}{2}-a_2&=\frac{1-\sqrt{5}}{2}+\frac{2}{3}\\&=\frac{7-3\sqrt{5}}{6}\\&=\frac{(7-3\sqrt{5})(7+3\sqrt{5})}{6(7+3\sqrt{5})}\\&=\frac{2}{3(7+3\sqrt{5})}\\&>0\end{aligned}$$

$$\therefore a_2<\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

が成立する。

[2]　$n=k$ (k は正の整数)のとき $a_{2k}<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ を仮定すると，

④式に帰着して

‥6 点

$$a_{2k+1}=\frac{-1}{a_{2k}-1}>0$$ $$a_{2k+2}=\frac{-1}{\dfrac{-1}{a_{2k}-1}+1}=\frac{-(a_{2k}-1)}{-1+(a_{2k}-1)}=-\frac{a_{2k}-2+1}{a_{2k}-2}=-1-\frac{1}{a_{2k}-2}$$	a_{2k+2} を a_{2k} のみで表す‥6 点
より, $$a_{2k}<\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$ $$\Leftrightarrow a_{2k}-2<-\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$ $$\Leftrightarrow \frac{1}{a_{2k}-2}>-\frac{2}{3+\sqrt{5}}=-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\ (\because a_{2k}-2<0)$$ $$\Leftrightarrow -1-\frac{1}{a_{2k}-2}<-1+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$ $$\therefore a_{2k+2}<\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$ となり, $n=k+1$ のときも④式は成立する。	
以上, [1], [2]より, $a_{2n}<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ が示され, 同時に問題文の主張も示された。 (証明終)	証明完了‥7 点 ($n=1$ の確認がない場合は 2 点減点)
(3)[別解 2] (1)の過程より a_{2n+1} を a_{2n-1} で表すと $$a_{2n+1}=1-\frac{1}{a_{2n-1}+2}$$ となる。同様に a_{2n+2} を a_{2n} で表すと $$a_{2n+2}=-1-\frac{1}{a_{2n}-2}$$ となる。以上より	(3)[別解 2] 25 点 a_{2n+1} を a_{2n-1} のみで表す‥6 点(途中式は本解に示した) a_{2n+2} を a_{2n} のみで表す‥6 点(途中式は別解 1 に示した)
$$a_{2n+2}+a_{2n+1}=-\left(\frac{1}{a_{2n-1}+2}+\frac{1}{a_{2n}-2}\right)$$ $$=-\frac{a_{2n}+a_{2n-1}}{(a_{2n}-2)(a_{2n-1}+2)}\quad \cdot\cdot\cdot ⑤$$	⑤式を導いて‥6 点
を得る。 (2)より, $$a_{2n}<0,\ a_{2n-1}>0\Rightarrow -(a_{2n}-2)(a_{2n-1}+2)>0$$ である。ゆえに⑤式より $a_{2n+2}+a_{2n+1}$ と $a_{2n}+a_{2n-1}$ の符号は一致する。	証明完了‥7 点 ($n=1$ の言及がない場合は 2 点減点

ここで, (1)より, $a_2+a_1=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}<0$であるから帰納的に

$a_{2n+2}+a_{2n+1}<0$である。

(証明終)

$a_{2n}<0$の証明は(2)の答案から読み取れれば無くても可)

〔２〕 （５０点）

【解答・採点基準】

(1)

(1) 10 点

円に内接する四角形の対角の和は π であることから,

対角の和が π

‥5 点

$$\begin{cases} A+C=\pi \\ B+D=\pi \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} C=\pi-A \\ D=\pi-B \end{cases}$$

となる。したがって,

$$\begin{aligned} M &= \cos A+\cos B+\cos C+\cos D \\ &= \cos A+\cos B+\cos(\pi-A)+\cos(\pi-B) \\ &= \cos A+\cos B-\cos A-\cos B \\ &= 0 \end{aligned}$$

である。

(答) $M=0$

答‥5 点

(2)

(2) 12 点

$B-C=3(C-D)=\frac{1}{2}\pi$ より, $B=D+\frac{2}{3}\pi, C=D+\frac{1}{6}\pi$ と表される。

したがって,

$$A+B+C+D=2\pi$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{3}D+\left(D+\frac{2}{3}\pi\right)+\left(D+\frac{1}{6}\pi\right)+D=2\pi$$
$$\Leftrightarrow \frac{14}{3}D+\frac{5}{6}\pi=2\pi$$
$$\therefore D=\frac{1}{4}\pi$$

が得られる。このとき, $A=\frac{5}{12}\pi, B=\frac{11}{12}\pi, C=\frac{5}{12}\pi$ は π より小さく条件を満たす。よって,

A, B, C, D ‥4 点
(各 1 点×4)

$$\begin{aligned} M &= \cos A+\cos B+\cos C+\cos D \\ &= \cos\frac{5}{3}D+\cos\left(D+\frac{2}{3}\pi\right)+\cos\left(D+\frac{1}{6}\pi\right)+\cos D \\ &= \cos\frac{5}{12}\pi+\cos\left(\frac{1}{4}\pi+\frac{2}{3}\pi\right)+\cos\left(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{6}\pi\right)+\cos\frac{1}{4}\pi \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&=\cos\left(\frac{1}{4}\pi+\frac{2}{3}\pi\right)+2\cos\left(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{6}\pi\right)+\cos\frac{1}{4}\pi \\
&=\left(\cos\frac{1}{4}\pi\cos\frac{2}{3}\pi-\sin\frac{1}{4}\pi\sin\frac{2}{3}\pi\right) \\
&\quad+2\left(\cos\frac{1}{4}\pi\cos\frac{1}{6}\pi-\sin\frac{1}{4}\pi\sin\frac{1}{6}\pi\right)+\cos\frac{1}{4}\pi \\
&=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}+2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2} \\
&=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}
\end{aligned}
$$

加法定理を用いて

‥3 点

である。

(答) $M=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

答‥5 点

(3)

(3) 12 点

$A=2D$，$B+C=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき，

$$
\begin{aligned}
&A+B+C+D=2\pi \\
&\Leftrightarrow 3D=\frac{1}{2}\pi \\
&\therefore D=\frac{1}{6}\pi
\end{aligned}
$$

D ‥4 点

（A でも加点）

となる。このとき，A, D はいずれも π より小さく条件を満たす。

したがって，

$$
\begin{aligned}
M&=\cos A+\cos B+\cos C+\cos D \\
&=\cos\frac{1}{3}\pi+\cos B+\cos\left(\frac{3}{2}\pi-B\right)+\cos\frac{1}{6}\pi \\
&=\cos B+\cos\frac{3}{2}\pi\cos B+\sin\frac{3}{2}\pi\sin B+\frac{1+\sqrt{3}}{2} \\
&=\cos B-\sin B+\frac{1+\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

加法定理を用いて

‥3 点

である。

(答) $M=\cos B-\sin B+\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

答‥5 点

(4)

(4) 16 点

(3)の結果を用いると，

$$M=\cos B-\sin B+\frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

$$=\sqrt{2}\left(\cos B\cos\frac{1}{4}\pi-\sin B\sin\frac{1}{4}\pi\right)+\frac{1+\sqrt{3}}{2}$$
$$=\sqrt{2}\cos\left(B+\frac{1}{4}\pi\right)+\frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

三角関数の合成を用いて余弦（正弦）に整理して‥5 点

となる。次に，B のとり得る値の範囲を考える。B は問題文より，

$$0<B<\pi \qquad ・・・①$$

である。また，C は問題文および $B+C=\frac{3}{2}\pi$ より，

$$0<C<\pi$$
$$\Leftrightarrow 0<\frac{3}{2}\pi-B<\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\pi<B<\frac{3}{2}\pi \qquad ・・・②$$

であり，①，②より，

$$\frac{1}{2}\pi<B<\pi$$

***B* の範囲‥3 点**

が示される。ここで，$\frac{3}{4}\pi<B+\frac{1}{4}\pi<\frac{5}{4}\pi$ となるため，

$$-1\leqq\cos\left(B+\frac{1}{4}\pi\right)<-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

余弦（正弦）の値の範囲‥3 点

が成立する。したがって，M のとり得る値の範囲は

$$\frac{1-2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\leqq M<\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$$

である。

(答) $\frac{1-2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\leqq M<\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

答‥5 点

〔3〕　（５０点）

【解答・採点基準】

<table>
<tr><td>

(1)

$\left(a_1, a_2\right)$ の選び方は $4^2=16$ 通りであり，それぞれ同様に確からしく選ばれる。その内 $a_1+a_2=0$ を満たすのは，

$\left(a_1, a_2\right)=(-2, 2), (-1, 1), (1, -1), (2, -2)$ の 4 通りである。よって求める確率は $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ となる。

(答) $\frac{1}{4}$

(2)

方法 M は，整数の絶対値と符号を独立に定めていると見ることができる。具体的には，絶対値は $1, 2$ からそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で，符号は $+, -$ からそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で選んでいると見ることができる。絶対値と符号に注目して条件を言い換えると，

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が直交する。

$\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$

$\Leftrightarrow$ 「$|a_1||b_1|=|a_2||b_2|$」かつ「a_1b_1 と a_2b_2 が異符号である。」

となる。絶対値と符号は独立に定まっていたので，それぞれの確率を考えればよい。

まず $|a_1||b_1|=|a_2||b_2|$ となる確率を考える。$P=|a_1||b_1|$ とすると，$P=1, 2, 4$ となり得る。$P=1$ となるのは，$\left(|a_1|, |b_1|\right)=(1, 1)$ となるときのみで，確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ である。$P=4$ となるのは，

$\left(|a_1|, |b_1|\right)=(2, 2)$ となるときのみで，確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ である。よって，$P=2$ となる確率は，$1-\frac{1}{4}\cdot 2=\frac{1}{2}$ である。$|a_2||b_2|$ も同様であるか

</td><td>

(1) 10 点

答‥10 点

(2) 20 点

絶対値と符号を考える工夫(またはそれと同等の考えるパターンを減らすための工夫)‥10 点

</td></tr>
</table>

ら，$|a_1||b_1|=|a_2||b_2|$ となる確率は,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{3}{8}$$

である。

次に a_1b_1 と a_2b_2 が異符号となる確率を考える。これは a_1 と $b_1a_2b_2$ が異符号となる確率と等しく，$\frac{1}{2}$ である。

以上より，求める確率は $\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$ となる。

(答) $\frac{3}{16}$

答･･10 点

(3)

(3) 20 点

$|\vec{a}|=\sqrt{|a_1|^2+|a_2|^2}$ であるから，$|\vec{a}|$ は $|a_1|,|a_2|$ によって定まる。$|\vec{a}|$ は $\sqrt{2},\sqrt{5},2\sqrt{2}$ となり得るが，それぞれの確率は $\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}$ である。$|\vec{b}|$ も同様であるから，$|\vec{a}|<|\vec{b}|$ となる確率は,

$$\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$$

$|\vec{a}|<|\vec{b}|$ となる確率･･5 点

である。次に $|\vec{a}|<|\vec{b}|$ かつ $\vec{b}=(-1,2)$ である確率を考える。$\vec{b}=(-1,2)$ となる確率は $\frac{1}{16}$ である。さらに $|\vec{a}|<|\vec{b}|\Leftrightarrow|\vec{a}|<\sqrt{5}$ となるのは, $|\vec{a}|=\sqrt{2}$ のときで，その確率は $\frac{1}{4}$ である。よってこの確率は $\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$ である。よって求める条件付き確率は

$|\vec{a}|<|\vec{b}|$ かつ $\vec{b}=(-1,2)$ である確率･･5 点

$$\frac{\frac{1}{64}}{\frac{5}{16}}=\frac{1}{20}$$

である。

条件付き確率の理解(正しい立式)･･5 点

(答) $\frac{1}{20}$

答··5 点

〔4〕　（５０点）

【解答・採点基準】

(1)

(1) 10 点

$a=1$ のとき，$f(x)=x^3+x^2+3$ であるから，

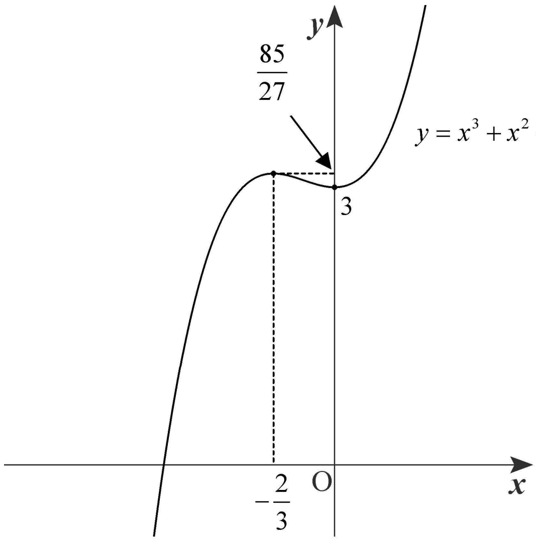
$$f'(x)=3x^2+2x$$
$$=3x\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

となる。したがって，$y=f(x)$ の増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	$-\frac{2}{3}$	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$\frac{85}{27}$	↘	3	↗

増減表‥5 点

以上より，曲線 C の概形は以下のようになる。



グラフ‥5 点

(答)　前図

(2)

(2) 15 点

$f(x)=x^3+ax^2+3a^3$ より，$f'(x)=3x^2+2ax$ である。また，t を実数とするとき，点 $(t,\ f(t))$ における曲線 C の接線の方程式は

$$y-f(t)=f'(t)(x-t)$$

と表される。したがって，これが原点を通るとき，

$$0-f(t)=f'(t)(0-t)$$
$$\Leftrightarrow f(t)=f'(t)\cdot t$$
$$\Leftrightarrow t^3+at^2+3a^3=3t^3+2at^2$$
$$\Leftrightarrow 2t^3+at^2-3a^3=0$$
$$\Leftrightarrow (t-a)\left(2t^2+3at+3a^2\right)=0 \quad ・・・①$$

となる。ここで t についての 2 次方程式 $2t^2+3at+3a^2=0$ の判別式を D とすると,

$$D=9a^2-24a^2$$
$$=-15a^2$$

であり，$a\neq 0$ より $D<0$ であるから，$2t^2+3at+3a^2=0$ は t について実数解をもたない。したがって，①の実数解は $t=a$ のみである。よって直線 ℓ の方程式は,

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$
$$\Leftrightarrow y=5a^2x$$

と求まる。

(答) $y=5a^2x$

(3)

$y=f(x)$ と $y=5a^2x$ を連立して,

$$f(x)-5a^2x=0$$
$$\Leftrightarrow x^3+ax^2+3a^3-5a^2x=0$$
$$\Leftrightarrow (x-a)^2(x+3a)=0$$

より，直線 ℓ と曲線 C の共有点の x 座標は $x=a,\ -3a$ である。したがって，共有点の座標は,

$$\left(a,\ 5a^3\right),\ \left(-3a,\ -15a^3\right)$$

と求まる。

(答) $\left(a,\ 5a^3\right),\ \left(-3a,\ -15a^3\right)$

(4)

求める面積を S とする。

[1] $a<0$ のとき

$-3a>a$ であり，$a\leqq x\leqq -3a$ において

$f(x)-5a^2x=(x-a)^2(x+3a)\leqq 0$ であるから，曲線 C と直線 ℓ を図示すると以下のようになる。

$2t^3+at^2-3a^3=0$ ・・5 点

$2t^2+3at+3a^2=0$ に実数解がないこと・・5 点

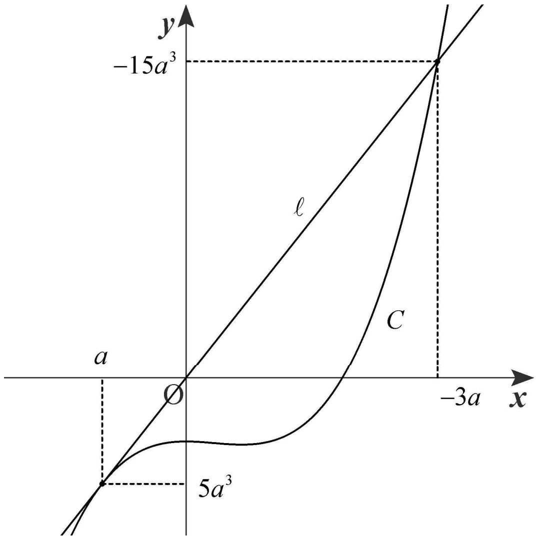
答・・5 点

(3) 10 点

答・・10 点

(各 5 点×2)

(4) 15 点



したがって，求める面積Sは，

$$S=\int_a^{-3a}\left\{5a^2x-\left(x^3+ax^2+3a^3\right)\right\}dx$$
$$=\int_a^{-3a}\left(-x^3-ax^2+5a^2x-3a^3\right)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4-\frac{a}{3}x^3+\frac{5}{2}a^2x^2-3a^3x\right]_a^{-3a}$$
$$=-\frac{81}{4}a^4+9a^4+\frac{45}{2}a^4+9a^4+\frac{1}{4}a^4+\frac{1}{3}a^4-\frac{5}{2}a^4+3a^4$$
$$=\frac{64}{3}a^4$$

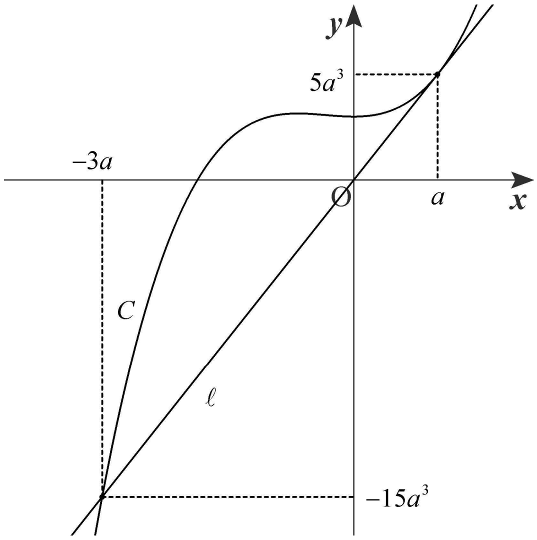
となる。

$a<0$ での S を求める立式‥5点

[2] $a>0$ のとき

$-3a<a$ であり，$-3a \leqq x \leqq a$ において

$f(x)-5a^2x=(x-a)^2(x+3a) \geqq 0$ であるから，曲線 C と直線 ℓ を図示すると以下のようになる。



したがって，求める面積 S は，

$$S=\int_{-3a}^{a}\left(x^3+ax^2+3a^3-5a^2x\right)dx$$
$$=\int_{a}^{-3a}\left(-x^3-ax^2+5a^2x-3a^3\right)dx$$
$$=\frac{64}{3}a^4$$

となる。

以上, [1], [2]より， $S=\frac{64}{3}a^4$ である。

(答) $\frac{64}{3}a^4$

$a>0$ での S を求める立式‥5 点

答‥5 点