一橋大模試

採点基準 数学

$\boxed{1}$ (５０点満点)

(1)　(配点 25 点)

- 5^n+4 が 3 の倍数であることを正しく証明して 20 点
- 5^n+4 が 3 でないことを正しく証明して 5 点

(2)　(配点 25 点)

- 5^n+4 を $\left(M^2+2M+2\right)\left(M^2-2M+2\right)$ という積の形に分解して 20 点
- $M^2+2M+2,\ M^2-2M+2$ はともに 1 でない自然数であることを証明して 5 点

2 (５０点満点)

(1)　(配点 20 点)

- p_1, p_2, q_1, q_2 を正しく求めて 20 点(各 5 点)

(2)　(配点 30 点)

- p_{n+1}, q_{n+1} を p_n, q_n で表して 5 点
- q_n を n で表して 10 点
- p_n と q_n の関係を明示して 5点
- p_n を n で表して 10 点

(2)[別解: p_n の漸化式に $q_n = 1-2p_n$ を代入する解法]　(配点 30 点)

- p_{n+1} を p_n で表して 5 点
- p_n と q_n の関係を明示して 5点
- p_n を n で表して 20 点

$\boxed{3}$ (５０点満点)

(1)　(配点 25 点)

- 曲線 C の点 $\left(p,\ p^3-3p\right)$ における接線の方程式を求めて 10 点
- 上記の接線が $\left(\frac{14}{9},\ -2\right)$ を通るような p の値を求めて 10 点
- a の値を求めて 5 点

(2)　(配点 25 点)

- 曲線 C と直線 ℓ の共有点の x 座標, および上下関係を確認して 10 点
- 面積を求める式(積分)を正しく立式して 5 点
- 正しい積分計算と答えに 10 点

$\boxed{4}$ (５０点満点)

(1)　(配点 25 点)

- 四角形 OABC を求積可能な領域に分割して 3 点
- 分割した各領域の面積を求めて 12 点
- 答えを正しく求めて 10 点

(2)　(配点 25 点)

- 導関数 $\dfrac{dS}{dt}$ を計算して 5 点
- $0 < t < \alpha$ の範囲における S の増減表を示して 7 点
- S が最大となる t の値を求めて 5 点
- S の最大値を求めて 8 点

$\boxed{5}$ (５０点満点)

(1)　(配点 16 点)

- $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ を述べて 4 点
- $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}$ を導いて 6 点
- $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DA}$ を導いて 6 点

(2)　(配点 34 点)

- (1)の結果を適切に利用して 5 点
- $\mathrm{DA}=\mathrm{DB}=\mathrm{DC}$ を示して 7 点
- $\mathrm{AB}=\mathrm{AC}=\mathrm{AD},\ \mathrm{BA}=\mathrm{BC}=\mathrm{BD}$ を示して 16 点(各 8 点)
- 正四面体であることを正しく証明して 6 点

(2)[別解 1, 2]　(配点 34 点)

- 本解と同じく，$\mathrm{DA}=\mathrm{DB}=\mathrm{DC}$ を示すまでの過程に 12 点(5 点 + 7 点)
- $\angle\mathrm{ADB}=\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{CDA}$ を示して 4 点
- △ DAB, DBC, DCA の面積を x,θ で表して 4 点
- △ ABC の面積を x,θ で表して 4 点
- $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ に 4 点
- 正四面体であることを正しく証明して 6 点