2020 年度第 1 回 7 月京大本番レベル模試　（2020 年 7 月 12 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（150 点満点）

第 1 問（30 点満点）

- 座標空間で点 A 〜 F を設定して 2 点
- 点 P が辺 BE 上にあるときの S を 2 つの変数で表して 8 点
- 点 P が辺 ED 上にあるときの S を 2 つの変数で表して 8 点
- 最大値とそのときの位置に 5 点（値のみは 3 点）
- 最小値とそのときの位置に 7 点（値のみは 3 点）

第 2 問（30 点満点）

- p_n が数字 1 が書かれている面が下である確率であることを述べて 10 点
- 漸化式を立式し整理して 10 点
- 答えまでに 10 点

第 3 問（30 点満点）

- 点 Q の座標を a とパラメータ(θ など)で表して 6 点
- 線分 PQ を 1:2 に内分する点の座標を a と上記のパラメータで表して 6 点
- a の条件を求め，a の値を計算して 12 点(各 6 点)
- 答え(a の値と P について述べて)に 6 点

第 4 問（30 点満点）

- $f(x)$ を $f'(x)$ で割った形で表して 10 点
- $f(x)$ を $f'(x)$ で割ったときの 2 次式を $g(x)$ としたとき，曲線 $y=g(x)$ が 3 点 A，B，C を通ることを示して 10 点
- 上記の $g(x)$ の 2 次の項の係数が 0 でないことを示して 8 点
- 答えに 2 点

第 5 問（30 点満点）

(1)（配点 6 点）

- 証明して 6 点

(2)（配点 24 点）

- 1 でも素数でもない n の形を示して(p^2 が n の約数となる素数 p が存在しないことを示せばよいという方針を述べても可) 6 点
- p^2 が n の約数となる素数 p は存在しないことを示して 16 点
- 証明の結論を述べて 2 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（30 点満点）

- 点 Q の座標を a とパラメータ(θ など)で表して 6 点
- 線分 PQ を 1:2 に内分する点の座標を a と上記のパラメータで表して 6 点
- a の条件を求め，a の値を計算して 12 点(各 6 点)
- 答え(a の値と P について述べて)に 6 点

第 2 問（30 点満点）

- p_n が数字 1 が書かれている面が下である確率であることを述べて 10 点
- 漸化式を立式し整理して 10 点
- 答えまでに 10 点

第 3 問（35 点満点）

- 複素数平面上での直線 L の方程式を xy 平面での式に直して 7 点
- 示すべき等式を xy 平面での 2 つの等式に直して 7 点
- 上で求めた等式を点 u, v を結ぶ線分の中点が直線 L 上にあること，点 u, v を結ぶ線分が直線 L の方向ベクトルと垂直であることを述べる式にそれぞれ変形して 7 点
- 上の変形した式がそれぞれの条件と同値であることを述べて 12 点(各 6 点)
- 証明の結論を述べて 2 点

第 4 問（35 点満点）

- $\frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n)<a_n<\frac{1}{2}(a_n+a_{n-1})$ であることを述べて 10 点
- $\frac{n}{2(2n+1)}<na_n<\frac{n}{2(2n-1)}$ を導いて 10 点
- はさみうちの原理から，数列 $\{na_n\}$ が収束することを述べて 10 点
- 答えに 5 点

第 5 問（35 点満点）

(1)（配点 10 点）

- $(*)$ の解 x について，$x>1$ であることを述べて 2 点
- $\frac{\log x}{x}$ $(=g(x))$ の増減を調べて 6 点
- 証明の結論を述べて 2 点

⑵（配点 25 点）

- ⑴で定めた $g(x)$ に対し，$g(t)=g(f(t))$ が成り立つことを述べ，さらに $g'(t)=g'(f(t))f'(t)$ を述べて 8 点
- $g'(f(t))\neq 0$ であることを述べ，$f'(t)$ を t と $f(t)$ で表して 9 点
- $f(2), f(4)$ を求めて 4 点
- $f'(2), f'(4)$ を求めて 4 点(各 2 点)

第 6 問（35 点満点）

⑴（配点 20 点）

（Ⅰ）（配点 16 点）

- $a=0$ のとき命題$(*)$が成り立つことを示して 2 点
- 0 以上のある整数 a に対して命題$(*)$が成り立つことを示して 8 点
- a が負の整数のとき命題$(*)$が成り立つことを示して 6 点

（Ⅱ）（配点 4 点）

- 証明して 4 点

⑵（配点 15 点）

- $n-1=(p_1-1)l_1$ となる自然数 l_1 を用いて，$a^n-a=a\left\{(a^{l_1})^{p_1-1}-1\right\}$ と変形して 6 点
- a^n-a が p_1 で割り切れることを述べて 2 点
- 任意の整数 a に対して，a^n-a が常に p_1 で割り切れることを示して 4 点
- 証明の結論を述べて 3 点