

## 採点基準 数学 (文系)

### 【共通事項】

1. 約分の未了, 根号内の整理不備は 1 点減点
2. 分母の有理化の不備については減点なし
3. 別解の配点は解答の配点に準ずる

### 【文系】(150 点満点)

#### 第 1 問 (30 点満点)

- I が線分 AB を見込む角が常に  $\frac{3}{4}\pi$  となることを述べて 4 点
- I が線分 AB を弦とする円の弧  $\widehat{AB}$  上にあることを述べて 4 点
- 上記の円の中心を O とするとき,  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$  を述べ, I の軌跡を図示して 8 点
- 上記の  $\widehat{AB}$  上の任意の点 J に対して, 線分 AB を直径とする円と直線 OJ との交点を C のように定めたとき, J が三角形 ABC の内心となることを示して 10 点
- I の軌跡 K を求めて 2 点
- 曲線 L の長さを求めて 2 点

※解答解説では「線分 AB を固定した場合」を載せておりますが, 例えば「点 C を固定した場合」など視点の異なる別の解答については, 以下の基準をもとに採点してあります。

- 3 点 A, B, C の座標設定をして 5 点
- 点 I の座標を上記の設定のもとで求めて 15 点
- L の長さを求めて 10 点

#### 第 2 問 (30 点満点)

- 経路図を利用する方針に 4 点
- 10 回の操作後に金貨が 11 枚となっている場合の数を求めて 2 点
- 10 回の操作後に金貨が 1, 3, 5, 7, 9 枚となっている場合の数を求めて 20 点(各 4 点)
- 答えに 4 点

第3問 (30点満点)

(1) (配点 12点)

- $A_i, B_i, C_i, D_i (i = 0, 1, 2, \dots)$  の位置ベクトルを  $\vec{a}_i, \vec{b}_i, \vec{c}_i, \vec{d}_i$  のように設定して 2点
- $A_0A_1$  を 3:1 に内分する点の位置ベクトルを求めて 8点
- 残りの証明に 2点

(2) (配点 18点)

- 点 G の位置ベクトルが  $\frac{\vec{a}_k + \vec{b}_k + \vec{c}_k + \vec{d}_k}{4}$  であることを示して 6点
- $L_k = \frac{1}{3}L_{k-1}$  を導いて 4点
- $S_n$  を求めて 4点
- 答えに 4点

第4問 (30点満点)

- $a = 1$  のときを示して 2点
- $a \geq 3$  のとき,  $x$  が偶数であることを示して 2点
- $x+1$  と  $x-1$  が互いに素であることを示して 14点
- $x+1$  と  $x-1$  を互いに素な奇数を用いて, それぞれ 3 乗の形で表して 6点
- 残りの証明に 6点

第5問 (30点満点)

(1) (配点 10点)

- $C$  と  $E$  は点  $A$  を共有することを示して 2点
- $A$  における  $C$  と  $E$  それぞれの接線の傾きが等しいことを述べて 6点
- 証明の結論を述べて 2点

(2) (配点 20点)

- $C$  と  $E$  の共有点の座標を求めて 8点
- 不等式で与えられた領域を図示し,  $B(0, -1)$  に対し  $\angle AOB = \frac{2}{3}\pi$  を述べて 6点
- $S$  の計算と答えに 6点

## 採点基準 数学 (理系)

### 【共通事項】

3. 約分の未了, 根号内の整理不備は 1 点減点
4. 分母の有理化の不備については減点なし
3. 別解の配点は解答の配点に準ずる

### 【理系】(200 点満点)

#### 第 1 問 (30 点満点)

- I が線分 AB を見込む角が常に  $\frac{3}{4}\pi$  となることを述べて 4 点
- I が線分 AB を弦とする円の弧  $\widehat{AB}$  上にあることを述べて 4 点
- 上記の円の中心を O とするとき,  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$  を述べ, I の軌跡を図示して 8 点
- 上記の  $\widehat{AB}$  上の任意の点 J に対して, 線分 AB を直径とする円と直線 OJ との交点を C のように定めたとき, J が三角形 ABC の内心となることを示して 10 点
- I の軌跡 K を求めて 2 点
- 曲線 L の長さを求めて 2 点

※解答解説では「線分 AB を固定した場合」を載せておりますが, 例えば「点 C を固定した場合」など視点の異なる別の解答については, 以下の基準をもとに採点してあります。

- 3 点 A, B, C の座標設定をして 5 点
- 点 I の座標を上記の設定のもとで求めて 15 点
- L の長さを求めて 10 点

#### 第 2 問 (30 点満点)

- 経路図を利用する方針に 4 点
- 10 回の操作後に金貨が 11 枚となっている場合の数を求めて 2 点
- 10 回の操作後に金貨が 1, 3, 5, 7, 9 枚となっている場合の数を求めて 20 点(各 4 点)
- 答えに 4 点

第3問 (35点満点)

(1) (配点 15点)

- $l$ と $E$ の接点をパラメータ表示し、 $l$ の方程式を求めて2点
- $d_1$ を求め、絶対値記号を外して①式まで整理して7点
- $a^2 + b^2 \neq 0$ のときの $M, m$ を求めて4点
- 答えに2点

(2) (配点 20点)

- $M - m = 2$ となる条件を $a^2 + b^2 = 1$ に言い換えて2点
- $a^2 + b^2 = 1 + 8 \cos \frac{\beta - \alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$ まで変形して10点
- $a^2 + b^2 = 1$ となる条件を $\cos \frac{\beta - \alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = 0$ と言い換えて2点
- $\alpha, \beta$ の条件を求めて6点

第4問 (35点満点)

- $a$ を $x$ で表して4点
- 上記の $x$ の関数を $f(x)$ とおいたとき、 $f'(x)$ を求めて10点
- $f(x)$ の増減を調べて5点
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ をそれぞれ求めて8点(各4点)
- 答えに8点

第5問 (35点満点)

(1) (配点 10点)

- $A_{n+1}B_n - A_nB_{n+1} = -(A_nB_{n-1} - A_{n-1}B_n)$ を示して5点
- 答えに5点

(2) (配点 25点)

- $x_n$ を $A_n, B_n$ で表して15点
- $y_n$ を $A_n, B_n$ で表して8点
- 答えに2点

第6問 (35点満点)

- $X^5 - 31$ の形の因数分解を示して5点
- ②の式を導いて10点
- 31の5乗根を複素数平面に図示し、 $k = 1, 2, 3, 4$ に対して③が成り立つことを述べて10点
- 残りの証明に10点