2020 年度最終 1 月京大本番レベル模試　（2021 年 1 月 23 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文科】（150 点満点）

第 1 問（配点 30 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で表して 6 点
- K の概形について述べて 10 点
- K の内部の PQ が通過しない部分の面積を求めて 8 点
- K の面積を求めて 6 点

第 2 問（配点 30 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OA}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}'}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と係数で設定して 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 2 点
- 平面 A′BC, AB′C, ABC′ と直線 OG の交点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 3 点
- 上記の点 P が平面 A′BC にあることから，点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 7 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の 1 次独立性を述べ，上記の点 P の 2 通りの表現の係数を比較して 5 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OA}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}'}$ の設定の係数がすべて等しいことを述べ，さらに結論を述べて 10 点

第 3 問（配点 30 点）

- α, β, γ を解にもつ 3 次方程式を設定して 8 点
- $\alpha = \dfrac{p}{q}$ （p, q は互いに素な整数，$q \geqq 1$)のように表し，3 次方程式に代入して整理して 6 点
- 上記の設定のもと，q が p^3 の約数であることを述べて 8 点
- 上記で矛盾を述べ，α, β, γ が整数であるという結論を述べて 8 点

第 4 問（配点 30 点）

(1)（配点 20 点）

- T の座標を$\left(t, \dfrac{1}{2}t^2\right)$のように設定し，T における$C$の接線に垂直で T を通る直線の方程式を求めて 3 点
- 上記の直線が P$(1,\ p)$を通るためのtの条件を求め, さらにこの 3 次方程式が 3 つの実数解をもつためのpの条件を求めることを述べて 4 点
- $p>1$が必要であることを述べ，この下で$f(t)=t^3-2(p-1)t-2$の増減を調べて 4 点
- $f(t)=0$が異なる 3 つの実数解をもつ条件からpのとり得る値の範囲を求めて 9 点

(2)（配点 10 点）

- G のx座標が常に 0 であることを述べて 3 点
- G のy座標をpで表して 3 点
- G の軌跡を求めて 4 点

第 5 問（30 点満点）

- 目の和が 7 となるような 2 個のさいころの目の数の組を求めて 3 点
- 事象$(*)$であるためには，出た目が 3 種類以下であることが必要であることを説明して 7 点
- n個のさいころの出た目が 1 種類となるときの場合の数に 2 点
- n個のさいころの出た目が 2 種類となるときの場合の数に 5 点
- n個のさいころの出た目が 3 種類となるときの場合の数に 10 点
- 事象$(*)$の確率を求めて 3 点

2020 年度最終 1 月京大本番レベル模試　（2021 年 1 月 23 日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理科】（200 点満点）

第 1 問（配点 30 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OA}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}'}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と係数で設定して 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 2 点
- 平面 $\mathrm{A'BC}$, $\mathrm{AB'C}$, $\mathrm{ABC'}$ と直線 OG の交点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 3 点
- 上記の点 P が平面 $\mathrm{A'BC}$ にあることから，点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 7 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の 1 次独立性を述べ，上記の点 P の 2 通りの表現の係数を比較して 5 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OA}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}'}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}'}$ の設定の係数がすべて等しいことを述べ，さらに結論を述べて 10 点

第 2 問（配点 30 点）

- 目の和が 7 となるような 2 個のさいころの目の数の組を求めて 3 点
- 事象$(*)$であるためには，出た目が 3 種類以下であることが必要であることを説明して 7 点
- n 個のさいころの出た目が 1 種類となるときの場合の数に 2 点
- n 個のさいころの出た目が 2 種類となるときの場合の数に 5 点
- n 個のさいころの出た目が 3 種類となるときの場合の数に 10 点
- 事象$(*)$の確率を求めて 3 点

第 3 問（配点 35 点）

(1)（配点 5 点）

- 答えに 5 点

(2)（配点 30 点）

- R が描く曲線の方程式を求めて 6 点
- 立体 K の平面 $y=u$ $(0<u<1)$ による断面積 $S(u)$ を定積分で表して 6 点
- 置換積分を用いて $S(u)=u(1-u)\displaystyle\int_0^1 f(t)dt$ を導いて 6 点
- K の体積の立式に 6 点
- 証明の結論を導いて 6 点

第 4 問（35 点満点）

(1)（配点 8 点）

- $2x < \pi$, $0 < x < y < 2x < \pi$, $x + y < \pi$ を理由とともに示して 5 点
- 点(x, y)の存在範囲の図示に 3 点

(2)（配点 27 点）

- 辺 AB, AC, AD の長さをx, yを用いて表して 3 点
- 面積Sをx, yを用いて表し，さらに積和の公式を利用して$S = 2\sin x \sin 2x \sin(2y - x)$まで求めて 6 点
- $S \leqq 2\sin x \sin 2x$ を述べ，$2\sin x \sin 2x$ の増減を調べて 5 点
- $2\sin x \sin 2x$ の最大値$\dfrac{8\sqrt{3}}{9}$を求め，$S \leqq \dfrac{8\sqrt{3}}{9}$の等号成立条件を述べて 6 点
- 上記の条件の図示と答えに 7 点

第 5 問（35 点満点）

- 直線lが実軸正方向となす角を設定し，この直線が実軸と平行となるような回転ρを記述して 10 点
- 上記で回転させた点ρzが原点にくるように平行移動したときの$\rho z - \rho\alpha$, $\rho z - \rho\beta$, $\rho z - \rho\gamma$, $\rho z - \rho\delta$の偏角がいずれも 0 と π の間にあることを述べて 10 点
- $\dfrac{1}{\rho z - \rho\alpha}$, $\dfrac{1}{\rho z - \rho\beta}$, $\dfrac{1}{\rho z - \rho\gamma}$, $\dfrac{1}{\rho z - \rho\delta}$の虚部がすべて負となることを示して 10 点
- 題意を示して 5 点

第 6 問（配点 35 点）

(1)（配点 10 点）

- $g'(x)$, $g''(x)$, $g'''(x)$, $g^{(4)}(x)$を求めて 5 点
- $g'''(x)$, $g''(x)$, $g'(x)$, $g(x)$が定数であることを順に示して 5 点

(2)（配点 25 点）

(i)（配点 10 点）

- $\left|f\left(\dfrac{p}{q}\right)\right| \leqq |f'(\alpha)|\left|\dfrac{p}{q} - \alpha\right| + \left|\dfrac{f''(\alpha)}{2}\right|\left|\dfrac{p}{q} - \alpha\right|^2 + \left|\dfrac{f'''(\alpha)}{6}\right|\left|\dfrac{p}{q} - \alpha\right|^3$ が成り立つことを述べて 4 点
- $0 < \left|\alpha - \dfrac{p}{q}\right| < \dfrac{1}{q^4}$, $f'''(\alpha) = 6a \neq 0$ のもとで
  $$|f'(\alpha)|\left|\frac{p}{q} - \alpha\right| + \left|\frac{f''(\alpha)}{2}\right|\left|\frac{p}{q} - \alpha\right|^2 + \left|\frac{f'''(\alpha)}{6}\right|\left|\frac{p}{q} - \alpha\right|^3 < |f'(\alpha)| \cdot \frac{1}{q^4} + \left|\frac{f''(\alpha)}{2}\right| \cdot \frac{1}{q^8} + \left|\frac{f'''(\alpha)}{6}\right| \cdot \frac{1}{q^{12}}$$
  が成り立つことを述べて 4 点
- 残りの証明に 2 点

(ii)（配点 15 点）

- $\left|f\left(\dfrac{p}{q}\right)\right| \geqq \dfrac{1}{\left|q^3\right|} = \dfrac{1}{q^3}$ を理由とともに示して 3 点
- 上記の不等式と（i）から $q < \left|f'(\alpha)\right| + \left|\dfrac{f''(\alpha)}{2}\right| + \left|\dfrac{f'''(\alpha)}{6}\right|$ を示して 3 点
- q が有限個しかないことを述べて 3 点
- 残りの証明に 6 点