2021 年度第 1 回 6 月京大本番レベル模試　（2021 年 6 月 20 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（150 点満点）

第 1 問　(30 点満点)

- 長さと角を設定して 4 点
- $\cos\angle\mathrm{BAM}$ を上記で設定したうちの 2 つの変数で表して 8 点
- $\cos\angle\mathrm{BAM}$ の最小値を相加平均・相乗平均の関係を使って求め，等号成立条件に 6 点
- $\angle\mathrm{BAM}$ のとり得る値の範囲に 4 点
- 上記で求めた三角形 ABC が条件を満たすことを確認して 6 点
- 答えに 2 点

第 2 問　(30 点満点)

- y, z が自然数 y', z' を用いて $y=5y', z=3z'$ の形で表せることを理由とともに述べて 6 点
- x を上記の y', z' で表して 6 点
- $y'+z'$ のとり得る値の範囲を求めて 6 点
- 上記の $y'+z'$ それぞれに対する (y', z') の個数と，(x, y, z) が 1 組ずつ得られることを述べて 4 点
- 答えを求める計算に 8 点

第 3 問　(30 点満点)

- $\mathrm{DA}=\mathrm{BC}$ から $p^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|^2+q^2-2\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ を導いて 8 点
- $\mathrm{DB}=\mathrm{CA}$ から $q^2=p^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ を導いて 8 点
- $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=q^2-p^2$ を導いて 8 点
- $q^2-p^2=0$ と $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ が同値であることを述べて 2 点
- p, q が正であることと $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ が 0 でないことを述べたうえで結論を述べて 4 点

第 4 問 (30 点満点)

- 経路の個数に帰着させる発想を述べて 6 点
- 経路の異なる 16 個の値に 16 点(途中で足し算を誤っている箇所があればその箇所は減点するが，以降の和があっている場合はここには加点する)
- 経路が得られる確率を求めて 2 点
- 答えに 6 点

第 5 問 (30 点満点)

(1) (配点 4 点)

- 差をとって不等式を示すことで証明できて 4 点

(2) (配点 26 点)

- 接点 P の座標を (t, t^2) などとおいて P における接線の方程式を求めて 2 点
- 上記の設定の下で接線の方向ベクトルと $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ の内積を求めて 4 点
- 上記を方程式の実数解の条件に言い換え，その 2 解が異なることを示して 4 点
- 2 つの点 P の座標を求めて 2 点
- 面積 S を a の式で表して 6 点
- S の増減を調べて 4 点
- 残りの議論と答えに 4 点

2021 年度第 1 回 6 月京大本番レベル模試　（2021 年 6 月 20 日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】(200 点満点)

第 1 問　(30 点満点)

- 長さと角を設定して 4 点
- cos∠BAM を上記で設定したうちの 2 つの変数で表して 8 点
- cos∠BAM の最小値を相加平均・相乗平均の関係を使って求め，等号成立条件に 6 点
- ∠BAM のとり得る値の範囲に 4 点
- 上記で求めた三角形 ABC が条件を満たすことを確認して 6 点
- 答えに 2 点

第 2 問　(30 点満点)

- 経路の個数に帰着させる発想を述べて 6 点
- 経路の異なる 16 個の値に 16 点(途中で足し算を誤っている箇所があればその箇所は減点するが，以降の和があっている場合はここには加点する)
- 経路が得られる確率を求めて 2 点
- 答えに 6 点

第 3 問　(35 点満点)

- $\mathrm{DA}=\mathrm{BC}$ から $p^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|^2+q^2-2\,\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ を導いて 10 点
- $\mathrm{DB}=\mathrm{CA}$ から $q^2=p^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|^2-2\,\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ を導いて 10 点
- $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=q^2-p^2$ を導いて 10 点
- $q^2-p^2=0$ と $\overrightarrow{\mathrm{DC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ が同値であることを述べて 2 点
- p, q が正であることと $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ が 0 でないことを述べたうえで結論を述べて 3 点

第 4 問　(35 点満点)

(1)　(配点 23 点)

- P, Q の座標をそれぞれ $(X, Y), (t, t^2)$ のように設定し，P が Q における C の法線上にあるための条件を示して 5 点
- 上記を t の方程式の実数解の条件に言い換え，さらに左辺を t の 3 次関数とみたときの増減を調べるまでに 6 点
- 上記の t の方程式がちょうど 2 個の実数解をもつための (X, Y) の条件を述べて 2 点
- 残りの計算と答えに 10 点

(2)　(配点 12 点)

- $f(x)$ が偶関数であることから，$x>0$ のときを調べる方針を述べて 2 点
- $f'(x)$, $f''(x)$ を求めて 4 点(各 2 点)
- $f(x)$ の増減と K の凹凸について述べて 2 点
- 極限および K の図示に 4 点

第 5 問　(35 点満点)

- 2^p+p^2 が平方数となる素数 p が存在すると仮定した立式 $2^p+p^2=r^2$ に 2 点
- 仮定が成立するとき p は 5 以上であることを示して 6 点
- 上記を $2^p=(r+p)(r-p)$ の形に変形して 3 点
- $r+p=2^k$, $r-p=2^l$ の形で表されることを k, l の条件とともに述べ 4 点
- 上記の 2 式から r を消去して 4 点
- 上記から仮定が成立する p が満たす等式 $p=2^{p-2}-1$ を導いて 6 点
- 上記の等式を満たす素数 p が存在しないことを示して 10 点

第 6 問　(35 点満点)

- A_n を n で表して 7 点
- B_n を $k=1$ から $k=n-1$ までの和と $k=n-1$ から $k=1$ までの和で 2 通りに表し，和をとって 12 点
- B_n を n で表して 12 点
- 答えまでに 4 点