

採点基準 数学 (文科系・理科系)

【共通事項】

1. 約分の未了, 根号内の整理不備は1点減点
2. 分母の有理化の不備については減点なし
3. 別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】(200点満点)

第1問 (50点満点)

(1) (配点22点)

- d_A, d_B, d_C をそれぞれ θ と t で表して12点 (各4点)
- 答えに10点

(2) (配点28点)

- D を $\cos\theta$ と t で表し, $t=0$ のときに最小値となることを述べて7点
- b の値によって場合分けを行い, それぞれで最小値をとる $\cos^2\theta$ の値を示して13点
- 答えに8点

第2問 (50点満点)

(1) (配点28点)

- ケーキを x 個, プリンを y 個のように文字を設定し, 代金の関係から立式, 整理して4点
- x, y の不定方程式とみて整数解を t などの文字を用いて表して10点
- 個数の条件から上記の t の値の範囲を限定し, さらに t を求めて6点
- 答えに8点 (完答)

(2) (配点22点)

- (1)と同様に立式し, 整理して4点
- 不定方程式の整数解を t などの文字を用いて表して6点
- (1)と同様に t の値の範囲を限定し, これを満たす整数 t が存在しないことを述べて12点

第3問 (50点満点)

(1) (配点25点)

- n 回目にはじめて3の倍数となるときの($n-1$ 回目からの)推移とそれぞれの確率について述べて11点
- $P(1)$ を求めて6点
- $P(2)$ を求めて8点

(2) (配点 25 点)

- $n \geq 3$ のとき, n 回目にはじめて 3 の倍数になるときのそれぞれの回の目の出方について説明できて 8 点
- $n \geq 3$ に対して, $P(n)$ を求めて 12 点
- $n = 1, 2$ に対しても上記で求めた $P(n)$ が成り立つことを述べて 5 点

第 4 問 (50 点満点)

(1) (配点 20 点)

- $f(x)$ の導関数を求め, さらに因数分解を行って 5 点
- $f(x)$ の増減について述べて 5 点
- 極大値, 極小値に 10 点 (各 5 点)

(2) (配点 30 点)

- $a \leq -1$ のときの $f(x)$ の最大値を検証して 10 点
- $-1 < a < 0$ のときの $f(x)$ の最大値を検証して 8 点
- $0 \leq a$ のときの $f(x)$ の最大値を検証して 6 点
- 答えに 6 点

【理系】(300 点満点)

第 1 問 (50 点満点)

- 各次数の係数と解を比較し, 4 つの等式を立式して 20 点 (各 5 点)
- p を求めて 15 点
- α, β の満たす 2 次方程式を求めて 5 点
- 4 つの解を求めて 10 点 (完答)

第 2 問 (50 点満点)

(1) (配点 25 点)

- n と a_n の偶奇の対応関係を正しく述べて 7 点
- n が奇数, 偶数であるときに場合分けし, それぞれに対して a_{n+1} と a_n が互いに素であることを述べて 14 点 (各 7 点)
- 証明の結論を述べて 4 点

(2) (配点 25 点)

- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ をそれぞれ 7 で割った余りについて述べて 6 点 (各 1 点)
- a_{n+6} と a_n をそれぞれ 7 で割った余りが等しいことを述べて 9 点
- 答えに 10 点

第 3 問 (50 点満点)

(1) (配点 17 点)

- A の箱に入っている同じ番号を区別して考えたときの事象の総数を求めて 5 点
- $P(2), P(3)$ を求める説明と答えに 12 点 (各 6 点)

(2) (配点 33 点)

(i) (配点 12 点)

- $x + y = k$ としたときの $x + y \geq z$ となる z の場合の数を k で表して 6 点
- 答えに 6 点

(ii) (配点 21 点)

- $x \neq y$ のとき, $x + y = k$ が奇数か偶数で場合分けを行い, それぞれ $x + y \geq z$ となるカードの選び方が何通りとなるかを導いて 12 点 (各 6 点)
- 途中計算と答えに 9 点

第 4 問 (50 点満点)

(1) (配点 16 点)

- 点 P が直線 AI 上, 平面 OBC 上にある条件について求めて 2 点
※点 Q が直線 BI, 平面 OCA 上にある条件, 点 R が直線 CI, 平面 OAB 上にある条件を求めてもよい。
- $\vec{OP}, \vec{OQ}, \vec{OR}$ をそれぞれ $\alpha, \beta, \gamma, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表して 6 点 (各 2 点)
- 必要条件を求め, 十分性を確認し, 答えを求めて 8 点

(2) (配点 34 点)

- $\triangle ABC, \triangle PQR$ が相似であることを述べ、面積比を α で表して 6 点
- 四面体 $OABC, O'PQR$ の底面をそれぞれ $\triangle ABC, \triangle PQR$ とみたときの高さの比を求めて 8 点
- $\frac{W}{V}$ を α で表して 4 点
- α の関数 $\frac{W}{V}$ の $0 < \alpha < \frac{1}{3}$ における増減を正しく調べて 12 点
- 答えに 4 点

第 5 問 (50 点満点)

(1) (配点 21 点)

- a を z で表し、 a が実数であることから z の満たすべき条件 $z + \frac{4}{z} = \overline{z + \frac{4}{z}}$ を導いて 7 点
- z の満たすべき条件 ($z = \overline{z}, z \neq 0$ または $|z| = 2$) を求めて 7 点
- 図示できて 7 点

(2) (配点 29 点)

- 極形式を利用して、 C_1, C_2 上の点をそれぞれパラメータ表示して 14 点 (各 7 点)
- C_1, C_2 が同じ曲線であることを説明して 7 点
- x, y が満たす関係式を求めて 8 点

第 6 問 (50 点満点)

(1) (配点 15 点)

- $f'(x), f''(x)$ を求めて 3 点
- $f(x)$ の増減について述べて 5 点
- $f(1) = f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ を述べて 3 点 (各 1 点)
- グラフの概形をかいて 4 点

(2) (配点 10 点)

- C と l の $1 < x < a$ における共有点の x 座標を求めて 3 点
- p の値の範囲を求めて 7 点

(3) (配点 25 点)

- S_1, S_2 および S を求める積分の式を立式して 5 点
- S を p で微分し、式を整理して 7 点
- $\frac{d}{dp} S = 0$ となる p の値で S は最小値をとることを述べて 5 点
- 途中の計算と答えに 8 点