2020 年　第３回　名大本番レベル模試

採点基準　数学（文科系・理科系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第１問（70 点満点）

(1)（配点　22 点）

- S 上の点 (t, t^3-t) における接線を導いて 4 点
- 点 $\mathrm{P}(p, -1)$ から S に 3 本の接線を引ける条件は, 3 次方程式 $f(t)=2t^3-3pt^2+p-1$ が異なる 3 つの実数解をもつことであることを示して 6 点
- $p>1$ のとき，3 次関数 $f(t)$ は $t=0,\ p$ で極値をもつことを示して 4 点
- 途中の計算と証明まで 8 点

(2)（配点　20 点）

- 点 P の値を代入し，3 本の接線の接点の x 座標を求めて 6 点
- 3 本の接線の接点の y 座標を求めて 8 点
- 途中の計算と答えに 6 点

(3)（配点　28 点）

- p の値を求めて 8 点
- 点 $\mathrm{P}(p, -1)$ から引いた 3 本の接線の接点の座標を α, β, γ とおき，解と係数の関係を用いて関係式を示して 4 点
- 式変形から $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ の値を示して 12 点
- 途中式と答えに 4 点

第２問（60 点満点）

(1)（配点　12 点）

- 3 つの与式を加え合わせ，$a_{n+1}+b_{n+1}+c_{n+1}$ を求めて 6 点
- 途中式と答えに 6 点

(2)（配点　10 点）

- 与式にを変形して $a_{n+3}=2a_n+3b_n+3c_n$ を示して 4 点
- 途中式と答えに 6 点

(3)（配点　20 点）

- 具体的に数値を代入して考察し，a_{3m} を 6 で割った余りは，3 であることを推測して 8 点
- 数学的帰納法を利用し証明して 12 点

(4)（配点　28 点）

- b_{n+3}, c_{n+3} をそれぞれ立式して 6 点（各 3 点）
- $n=3m$ とおき，$b_{3(m+3)}$, $c_{3(m+3)}$ の余りを考察して 8 点
- 具体的に数値を代入して考察し，b_{3m}, c_{3m} を 12 で割った余りは，4，8，4，8 の繰り返しであることをそれぞれ示して 8 点（各 4 点）
- 答えに 6 点（各 3 点）

第 3 問（70 点満点）

(1)（配点 14 点）

- $G=3$ のとき,すべての目は 3 で割り切れることから考察して 10 点
- 途中の計算と答えに 4 点

(2)（配点 20 点）

- $L=6$ のとき，出る目は 1，2，3，6 のいずれかであることを示して 4 点
- 6 の目が出るときの考察に 6 点
- 6 の目が出ないとき，つまり 2，3 の目が少なくとも 1 つずつ出るときの考察に 6 点
- 途中の計算と答えに 4 点

(3)（配点 26 点）

- $L=6G$ が成り立つとき，$G=1$ または $G=2$ であることを示して 6 点
- $(G, L)=(1, 6)$ のときの場合の数を求めて 8 点
- $(G, L)=(2, 12)$ のときの場合の数を求めて 8 点
- 途中の計算と答えに 4 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1) （配点　10 点）

- 具体的に数値を代入して考察し，5^n の下 2 桁は 25 であることを推測して 4 点
- 途中の計算と証明までに 6 点

(2) （配点　18 点）

- 具体的に数値を代入して考察し，3^m の一の位の数は 3，9，7，1 の繰り返しであることを推測し，示して 6 点
- 数学的帰納法を利用し，照明して 12 点

(3) （配点　22 点）

- (1)，(2)で示したことから，$3^m \cdot 5^n$ を文字を用いて立式して 5 点
- $3^m \cdot 5^n$ の十の位の偶奇についての考察に 5 点
- 途中の計算と答えに 12 点

第 2 問（50 点満点）

(1) （配点　16 点）

- 与えられた各辺の長さ，OH は平面 ABC に垂直である条件を立式して 4 点
- 点 H が平面 ABC 上に存在する条件を立式して 4 点
- OH は平面 ABC と垂直である条件を立式して 4 点
- 途中の計算と答えに 4 点

(2) （配点　14 点）

- BD:DC$=k:(1-k)$とおき，k を用いて $\overrightarrow{OD}$ を表して 2 点
- 点 D は直線 AH 上に存在する条件から，u を用いて $\overrightarrow{OD}$ を表して 4 点
- k，u の値を示して 4 点
- 答えに 4 点（各 2 点）

(3) （配点　20 点）

- AH:HD の値を求めて 4 点
- 面積比を用いて，△BDH の面積を△ABC を用いて表して 6 点
- 途中の計算と答えに 10 点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 8 点）

- $g_n=3$のとき,すべての目は 3 で割り切れることから考察して 4 点
- 途中の計算と答えに 4 点

(2)（配点 18 点）

- $l_n=6$のとき，出る目は 1，2，3，6 のいずれかであることを示して 2 点
- 6 の目が出るときの考察に 4 点
- 6 の目が出ないときの考察に 8 点

- 途中の計算と答えに 4 点

(3)（配点 24 点）

- $l_n=6g_n$ が成り立つとき，$g_n=2$ または $g_n=1$ であることを示して 4 点
- $(g_n, l_n)=(2, 12)$ のときの場合の数を求めて 4 点
- $(g_n, l_n)=(1, 6)$ のときの場合の数を求めて 12 点
- 途中の計算と答えに 4 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 10 点）

- 置換積分を用いて与式を変形して 5 点
- 途中の計算と答えに 5 点

(2)（配点 10 点）

- $\log(\sqrt{x}+1)$ を式変形して 5 点
- 途中の計算と答えに 5 点

(3)（配点 30 点）

- $S_m=\sum_{k=1}^{m}\dfrac{1}{k+\sqrt{k}}$ とおき，積分で評価する方針を示して 4 点
- $S_m<2\log(\sqrt{m}+1)+\dfrac{1}{2}-2\log 2$ を示して 4 点
- $S_m>2\log(\sqrt{m+1}+1)-2\log 2$ を示して 4 点
- $2\log(\sqrt{a_n}+1)-2\log 2<n<2\log(\sqrt{a_n}+1)+\dfrac{1}{2}-2\log 2$ を示して 12 点
- 途中の計算と答えに 6 点