第１回 ７月名大本番レベル模試　（2018 年 7 月 7 日実施）

採点基準　数学（文科系・理科系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（200 点満点）

第１問（65 点満点）

⑴（配点 17 点）

- 軌跡を求めて(答えに)12 点
- 図示できて 5 点

⑵（配点 18 点）

- Ｐが直線上にあることを示す式を導いて 12 点
- 点Ｐが線分上を動く説明に 6 点

⑶（配点 30 点）

- t を固定し，$s=1$ のときのＰをＲ$(1+t,\ at+t^2)$ としたとき，Ｒの軌跡を求めて 12 点
- Ｐの動きうる範囲の説明と図示に 8 点(各 4 点)
- 途中の計算と答えに 10 点

第２問（70 点満点）

⑴（配点 16 点）

- n を $n=2m,\ 2m-1$（m：正の整数）のように偶奇に分け，それぞれの n^2 を 4 でくくった形で表して 12 点
- 答えに 4 点

⑵（配点 15 点）

- a, b, c のいずれかが奇数であることを説明して 6 点
- 残りの証明に 9 点

⑶（配点 27 点）

- n^2 を 3 で割った余りが n が 3 の倍数のときは 0，n が 3 の倍数でないときは 1 であることを示して 12 点
- a, b, c のいずれかは 3 の倍数でないことを説明して 6 点
- 残りの証明に 9 点

⑷（配点 12 点）

- a, b, c のうち 3 の倍数になるものがちょうど 2 個であることを説明して 6 点
- 残りの証明に 6 点

第 3 問（65 点満点）

(1)（配点 12 点）

- A が勝者であるときの b, c の組合せをすべて求めて 8 点
- 答えに 4 点

(2)（配点 18 点）

- $a=k$ （$k=2, 3, 4, 5, 6$）で A が勝者であるときの場合の数を求めて 7 点
- A が勝者となる場合の数を求めて 7 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 17 点）

- $a>b>c$ であるときと，$a=b>c$ であるときのそれぞれの場合の数を求めて 10 点 (各 5 点)
- $a>b>c$ または，$a=b>c$ となる確率を求めて 3 点
- 答えに 4 点

(4)（配点 18 点）

- $a \geqq b+c$ であるときの場合の数を利用する方針を立て，$a \geqq b+c$ であるときの場合の数を求めて 10 点
- 途中の計算と答えに 8 点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1)（配点 16 点）

- Q における円 D の接線が OP と平行になるとき，S が最大になることを述べて 6 点
- $\angle$OBQ, Q の座標に 10 点（各 5 点）

(2)（配点 16 点）

- P の座標を θ で表して 7 点
- 答えに 9 点 (絶対値を外していない場合は 6 点)

(3)（配点 18 点）

- (2)で求めた S を $S=f(\theta)$ のようにおき，$f'(\theta)=\sqrt{3}(2\sin\theta+\sqrt{3})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sin\theta\right)$ を導いて 6 点
- 上記の $f(\theta)$ に対し，増減を示して 4 点
- S の最大値を求めて（答えに）4 点
- P, Q の座標を求めて（答えに）4 点（各 2 点）

第 2 問（50 点満点）

(1)（配点 14 点）

- $\mathrm{P}(p,\ p^2)$, $\mathrm{Q}(q,\ q^2)$, $\mathrm{M}(x,\ y)$ などとおき，求める条件を $x=\frac{p+q}{2}$, $y=\frac{p^2+q^2}{2}$ を満たす p,q の存在する条件に言い換えて 4 点
- p,q が t の 2 次方程式 $t^2-2xt+2x^2-y=0$ の 2 解と一致することを述べて 6 点
- 答えに 4 点

(2)（配点 16 点）

- t の 2 次方程式 $t^2-2xt+2x^2-y=0$ が $-2\leqq t\leqq 2$ に 2 つの解をもつ条件を示して 8 点
- x, y の条件式を導いて 4 点
- 図示できて 4 点

(3)（配点 20 点）

- t の 2 次方程式 $t^2-2xt+2x^2-y=0$ の解が，$-2\leqq t\leqq 0$ と $0\leqq t\leqq 2$ に 1 つずつあるための条件を示して 6 点
- 条件式を導いて 6 点
- 図示できて（答えに）4 点
- 面積を求めて（答えに）4 点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 12 点）

- p_1 を求めて 5 点（説明がない場合は 3 点）
- p_2 を求めて 7 点（説明がない場合は 4 点）

(2)（配点 30 点）

- $A_{n+1}=10A_n+a_{n+1}$, $B_{n+1}=10B_n+b_{n+1}$ となることを述べて 2 点
- $B_{n+1}=2A_{n+1}$ となるとき，$B_n-2A_n=0, 1$ であることを導いて 3 点
- $B_{n+1}=2A_{n+1}$ となるときの，$B_n=2A_n$，$B_n=2A_n+1$ となる目の出方をそれぞれ求めて 6 点（各 3 点）
- P_{n+1} を P_n , Q_n を用いて表して（答えに）2 点
- $B_{n+1}=2A_{n+1}+1$ となるとき，$B_n-2A_n=0, 1$ であることを導いて 3 点
- $B_{n+1}=2A_{n+1}+1$ となるときの，$B_n=2A_n$，$B_n=2A_n+1$ となるそれぞれの目の出方を求めて 6 点（各 3 点）
- Q_{n+1} を P_n , Q_n を用いて表して（答えに）2 点
- P_n-Q_n を求めて（答えに）6 点

(3)（配点 8 点）

- 漸化式 $P_{n+1}=4P_n-1$ を導いて 2 点
- 途中の計算と答えに 6 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 14 点）

- 解と係数の関係から，$2a=-m$ を導き，$2a$ が整数となることを述べて 4 点
- 解と係数の関係から，$4pb^2=m^2-4n$ を導いて 4 点
- $2b$ が整数となることの論証に 6 点

(2)（配点 12 点）

- 背理法で示す方針を立て，設定ができて 4 点
- 証明できて 8 点

(3)（配点 12 点）

- $b=\dfrac{u}{v}$（u, v は互いに素な整数）とおいたとき，$pu^2=m^2-4n$ となることを導いて 4 点
- 答えに 8 点

(4)（配点 12 点）

- p が 4 で割って 1 余る素数であるとき，条件(C)を満たすことを述べて 8 点
- 答えに 4 点