2020 年第 2 回 8 月阪大本番レベル模試　（2020 年 8 月 29 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（30 点満点）

(1)　（配点 10 点）

- 20 枚の札を区別し，そのときの取り出し方の総数を求めて 4 点
- 取り出した数字の組み合わせとそのときの取り出し方をそれぞれ求めて 4 点
- 答えに 2 点

(2)（配点 6 点）

- y が 11 から 20 であることが分かって 2 点
- $y=11$ のときと $y=k$ $(k=12, \cdots\cdots, 20)$ のときの取り出し方を求めて 2 点
- 答えに 2 点

(3)（配点 14 点）

- x が 10 以下のときと 11 以上のときの場合を分けて 2 点
- x が 10 以下のときの取り出し方を求めて 5 点
- x が 11 以上のときの取り出し方を求めて 5 点
- 答えに 2 点

第 2 問（35 点満点）

(1)（配点 14 点）

- 点 P, Q における接線の方程式に 3 点
- 交点 R の座標を α, β で表して 4 点
- 重心の座標を α, β で表して 3 点
- 答えに 4 点(各 2 点)

(2)（配点 21 点）

- 点が重心の通過範囲に含まれる条件を 2 次方程式の解の配置の問題に言い換えて 6 点
- 重心 G の通過範囲を正しく式で表せて 9 点
- 重心 G の通過範囲を正しく図示できて 3 点
- 答えに 3 点

第3問（35点満点）

(1)（配点16点）

- $n=1, 2, \cdots\cdots$ に対し S_n を $S_n=1+2^{a_1}+2^{a_2}+\cdots\cdots+2^{a_n}$ とおいたとき，$S_1 \geqq 2$ と，S_1 を割り切る素数が2だけであることの等式で偶奇について述べて5点
- a_1 の値に3点
- $S_2 \geqq 4$ と，S_2 を割り切る素数が2だけであることの等式で偶奇について述べて5点
- a_2 の値に3点

(2)（配点19点）

- 一般項を予想し，帰納法での証明の方針を立てて7点
- $n=1, 2, \cdots\cdots, k$ での一般項を仮定し，$S_{k+1}=2^k+2^{a_{k+1}}$ までまとめられて 6点
- $2^k+2^{a_{k+1}} \geqq 2^{k+1}$ を述べて2点
- 残りの証明に4点

2020年第2回8月阪大本番レベル模試　（2020年8月29日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は1点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（250点満点）

第1問（50点満点）

※本問は，$\theta=0, \dfrac{\pi}{2}$のとき点Pの位置が定まりません。この点に言及した上で，解答不能とした場合のみ特例として満点としました。それ以外は，以下に準じて採点してあります。

(1)（配点26点）

- $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$の成分表示（またはMの座標）に8点
- $\overrightarrow{\mathrm{MP}}$の成分表示（またはMPの傾き）に8点
- 答えに10点

(2)（配点24点）

- 直線lの方程式を$y=mx+n$のように表して4点
- 点Pが直線l上にあることを式で表して5点
- 必要条件から$1-am=0,\ a-m=0,\ n=0$を求めて10点
- 上記の条件の十分性について述べ，aの値とlの方程式を求めて5点

第2問（50点満点）

(1)（配点17点）

- $\mathrm{PQ}=\mathrm{PT}$から$|z-1|=|z-t|$を導いて7点
- zを極形式で表して3点
- 残りの計算と答えに7点

(2)（配点33点）

- $z\neq 0, \pm 1$を述べて3点
- 実軸上のある点$\mathrm{T}(t)$が点Qの直線PRに関する対称点である条件，およびその定式化に6点
- $t=1$のときのθの方程式とその値，および残りの議論に9点
- $t=2\cos\theta-1$ときのθの方程式とその値に7点
- $\cos\theta=0, \pm 1$のときの議論に2点
- $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$のときのzの値とTとQが一致しないことのチェックに4点
- すべて証明つきで求まったzに2点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 25 点）

- $(a_2+6)(a_2-2)$ を 3 の累乗の形で表し，さらに a_2+6, a_2-2 を 3 の累乗で表して 9 点
- 上記において a_2 を消去した式を求めて 5 点
- $a_2+6=9$, $a_2-2=1$ までを導く議論に 6 点
- 答えに 5 点

(2)（配点 25 点）

- 帰納法の方針と正しい予想に 10 点
- $a_k=3^{k-1}$ の仮定のもと，a_{k+1} を消去した式を導いて 6 点
- 残りの議論と答えに 9 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 17 点）

- 2 つの箱のとり得る 4 つの状態に気づいて 4 点
- 上記の 4 状態間の推移について記述して 4 点
- 答えに 9 点(p_1 に 4 点，p_2 に 5 点)

(2)（配点 33 点）

- $n \geqq 2$ に対して，ちょうど n 回の操作でⒶとなる 3 つの状況を記述して 4 点
- 赤い箱に赤球 2 個，白球 1 個，かつ白い箱に赤球 0 個，白球 1 個の状態を経由して，n 回目の操作でⒶとなる場合の推移の回数と条件の設定に 8 点
- 上記に対応する確率に 13 点
- 赤い箱に赤球 1 個，白球 1 個，かつ白い箱に赤球 1 個，白球 1 個の状態から，直接Ⓐとなる確率を求めて 4 点
- 答えに 4 点

第 5 問（50 点満点）

(1)（配点 15 点）

- 放物線 C と曲線 C_0 が点 P で共通の接線をもつ条件の定式化に 5 点
- 上記を a, b, t の式で表して 5 点
- 答えに 5 点

(2)（配点 35 点）

- S を a, b で表して 5 点
- S を t で表し，さらに両辺の対数をとって 10 点
- 上記の式を微分し，符号の判定ができる式に直して 10 点
- 増減表に 5 点
- 答えに 5 点