2020年第3回10月阪大本番レベル模試　（2020年10月18日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は1点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100点満点）

第1問（30点満点）

(1)（配点5点）

- 奇数pを文字で表せて2点
- 正しい証明に3点

(2)（配点7点）

- p^2-1が8の倍数であることを述べて2点
- 5以上の素数pが3の倍数ではないことを述べて2点
- p^2-1が3の倍数になることの証明に3点

(3)（配点18点）

- $p \geqq 5$の仮定の下で，$p^2-1=24m$（mは整数）のようにおけることを述べて7点
- 上記の仮定でqが素数でないことを示して3点
- $p=2$または$p=3$であることを述べて2点
- $p=2, 3$それぞれに対応するqを記述して4点
- 答えに2点

第2問（35点満点）

(1)（配点12点）

- $f'(x)$に3点
- 点Pのx座標をa, bで表して6点
- 答えに3点

(2)（配点23点）

- 点Pでの接線lの傾きに3点
- S_1をa, bで表して6点
- 点Qの座標に6点
- S_2をa, bで表して6点
- $\dfrac{S_1}{S_2}$の値を求め，証明の結論を述べて2点

第 3 問（35 点満点）

(1)（配点 8 点）

- 30 個の球すべてを区別して考えて 2 点
- 2 つの場合分けを記述して 2 点
- p_2 の正しい値に 4 点

(2)（配点 20 点）

- A の手元にある球が n 個となるときの A, B の取り出し方の総数を求めて 2 点
- B の得点が 0 点の場合と，1 点の場合で場合分けする方針に 2 点
- B の得点が 0 点の場合の確率を求めて 6 点
- B の得点が 1 点の場合の確率を求めて 6 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 7 点）

- $\dfrac{p_{n+1}}{p_n}$ か $p_{n+1}-p_n$ を考える方針に 3 点
- p_n の n に対する増減を述べて 2 点
- 答えに 2 点

2020年第3回10月阪大本番レベル模試　(2020年10月18日実施)

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】(250点満点)

第1問（50点満点）

(1)（配点17点）

- $f(x)=\log\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x+a\log\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$(極限が求まる形)に変形して3点
- $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$の値に3点
- $f'(x)$を求め，極限が求められる形に変形して8点
- $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f'(x)$の値に3点

(2)（配点10点）

- $f''(x)$を求め，符号を判定できる形に変形して7点
- 残りの議論に3点

(3)（配点23点）

- $x>0$のとき，$f(x)>1$であることを述べて4点
- $f(x)>1$は$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x+a}>e$と同値であることを述べて3点
- $g(x)=x\log\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$のようにおいたとき，$g'(x), g''(x)$を求めて3点
- 上記の$g(x)$に対して，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}g(x)=1, \lim_{x\to\infty}g'(x)=0$，さらに$g'(x)>0$を述べて6点
- $x>0$のとき，$g(x)<1$であることを述べて4点
- $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n<e$を導いて3点

第2問（50点満点）

(1)（配点24点）

- $\angle \mathrm{AOB} = \dfrac{2\pi}{3}$となる条件を点の回転の条件に言い換えて4点
- $\pm\dfrac{2\pi}{3}$の回転を表す複素数を表せて4点
- $\angle \mathrm{AOB} = \dfrac{2\pi}{3}$を点の回転の複素数の形で表せて6点
- 残りの論証に10点

(2)（配点26点）

- α, βが円C上にあることを述べて4点
- $|\alpha+\beta+z|^2$を共役複素数を用いて展開して4点
- $|\alpha+\beta+z|^2 - |\alpha\beta+\beta z+z\alpha|^2$を計算して8点
- $|z| \neq 1$を満たす少なくとも1つのzに対して$|\alpha+\beta+z| = |\alpha\beta+\beta z+z\alpha|$の仮定の下, $1+\overline{\alpha}\beta+\alpha\overline{\beta}=0$が成立することを述べて4点
- $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$を導出して4点
- 残りの議論に2点

第3問（50点満点）

(1)（配点18点）

- 3で割った余りが0，1，2となる3つのグループへの分類ができて4点
- $X_2=0$となる確率$P(X_2=0)$を求めて 4点
- 上記の3つのグループの数の積を3で割った余りの組合せを考えて4点
- $X_2=1, 2$となる確率$P(X_2=1)$, $P(X_2=2)$をそれぞれ求めて6点(各3点)

(2)（配点4点）

- 余事象$X_n \neq 0$が$a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$はすべて3で割った余りが1か2であることと同値であると記述して2点
- 答えに2点

(3)（配点28点）

- $X_{n+1}=1$となる2つの場合の記述と漸化式の立式に8点
- $X_{n+1}=2$になる2つの場合の記述と漸化式の立式に8点
- 上記の連立漸化式を解き，答えを求めて12点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 6 点）

- 証明する等式の左辺，右辺をそれぞれ階乗の式で表して 3 点
- 残りの証明に 3 点

(2)（配点 9 点）

- a_1, a_2, a_3 の値をこの順に正しく導いて 9 点(各 3 点)

(3)（配点 35 点）

- $\{a_n\}$ の一般項が正しく予想できて 4 点
- 数学的帰納法で示す方針に 4 点
- $n=1, 2, \cdots\cdots, N$ での一般項の成立の仮定の下で，a_{N+1}(解答解説⑤の式)を求めて 9 点
- (1)の結果を用いて a_{N+1}(解答解説⑤の式)を変形し，解答解説⑥の式を求めて 4 点
- $S=\sum_{k=1}^{N} {}_{N+2}\mathrm{C}_{k+1}(-1)^{k+1}$ としたとき，$S=N+1-(-1)^{N+2}$ を導いて 10 点
- 残りの証明に 4 点

第 5 問（50 点満点）

(1)（配点 24 点）

- D の境界を表す式を求め，D_k の面積を表す定積分表す式を 8 点
- $x=a\cos t$ $(0\leqq t\leqq\pi)$ の置換と対応を考えて 8 点
- S の計算と答えに 8 点

(2)（配点 26 点）

- 求める体積 V を k による積分の式で表して 4 点
- $k=a\cos\theta$ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ の置換と対応を考えて 9 点
- 不定積分 $\int\theta\sin\theta d\theta$, $\int\sin^2\theta\cos\theta d\theta$ を求めて 8 点(各 4 点)
- 答えに 5 点