第 2 回 8 月阪大本番レベル模試　（2021 年 8 月 8 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（30 点満点）

(1) (配点 11 点)

- $x=1, c$ のときに，$\triangle\mathrm{APQ}=\dfrac{1}{4}\triangle\mathrm{ABC}$ となる等式を 2 つ立てて 8 点(各 4 点)
- 答えに 3 点

(2) (配点 19 点)

- 余弦定理を用いて PQ^2 を x と $\angle\mathrm{BAC}$ を用いて表して 4 点
- 上記の PQ^2 の式を x について平方完成して 6 点
- x の変域を述べ，さらに PQ^2 が $x=2$ で最小値をとることを述べて 3 点
- $\cos\angle\mathrm{BAC}$ を a で表して 3 点
- PQ の最小値を a で表して 3 点

第 2 問（35 点満点）

(1) (配点 18 点)

- $Y>0$ を述べて 2 点
- 円 C の方程式を立て，C が原点 $\mathrm{O}(0,0)$ を通る条件を述べて 2 点
- $Y>0$ のもとで C 上のすべての点が $y \leqq 1$ を満たす条件を述べて 5 点
- 上記の条件を根号を含まない形に同値変形できて 3 点
- 通過範囲 D_1 の不等式，図示，面積に 6 点(各 2 点)

(2) (配点 17 点)

- D_1, D_2 の第 1 象限内にある部分が直線 $y=x$ について対称であることを述べて 4 点
- 直線 $y=x$ と放物線 $y=\dfrac{1-x^2}{2}$ の第 1 象限での交点の x 座標を求めて 4 点
- S を求める定積分の式に 3 点
- S を求める計算と答えに 6 点

第 3 問（35 点満点）

(1) (配点 11 点)

- 3 枚のカードの取り出し方の総数を求めて 2 点
- A の得点が k となる場合の数を求めて 3 点
- 上記に対し，A が勝者となる B のカードの取り出し方が何通りあるかを求めて 3 点
- 答えに 3 点

(2) (配点 24 点)

- A が勝者になる確率 P を(1)の答えの和で表して 4 点
- A が得点 k をとり，B が勝者となる確率を k, n で表して 4 点
- B が勝者になる確率 Q を上記の和で表して 4 点
- $Q-P$ を n で表して 8 点
- 答えに 4 点

第 2 回 8 月阪大本番レベル模試　（2021 年 8 月 8 日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1) (配点 20 点)

- P の座標を$\left(p,\ \sqrt{1-p^2}\right)$のようにおけて 4 点
- 円 C の方程式を求めて 8 点
- 円 C_0 と C の方程式から x^2+y^2 を消去して 4 点
- 答えに 4 点

(2) (配点 30 点)

- 原点から直線 PR に下ろした垂線の長さを p で表して 7 点
- 線分 PR の長さを p で表して 7 点
- 上記の関数の正しい微分と増減に 12 点
- 答えに 4 点

第 2 問（50 点満点）

(1) (配点 18 点)

- 角の大きさの設定の下で $\overrightarrow{\mathrm{OB_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}=-\cos C$， $\overrightarrow{\mathrm{OC_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}=-\cos B$ を求めて 6 点
- $\vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$ の計算中の $b,\ c$ を正弦定理を用いて消去して 6 点
- 証明の結論の式を $B+C=\pi-A$ から導いて 6 点

(2) (配点 32 点)

- $\vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}=0,\ \vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB_1}}=0$ であることを述べて 5 点
- $\vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}},\ \vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB_1}}$ を内積を含まない式でそれぞれ表して 5 点
- 上記の 2 つから連立方程式を解く方針に 5 点
- $B=\pi-(C+A)$ を用いた式変形に 6 点
- $x=a$ の残りの証明に 6 点
- $y=b$ の証明に 5 点

第 3 問（50 点満点）

(1) (配点 13 点)

- 数学的帰納法を用いる証明の方針に 3 点
- $n=3$ での成立を示して 3 点
- $n=k$ での成立の仮定のもと，$n=k+1$ での成立を示して 7 点

(2) (配点 37 点)

- $m+n+1=p^a$, $m-n=p^b$ $(a>b\geqq 0,\ a+b=n)$ のように設定して 5 点
- 上記の設定のもと，m, n それぞれを p の累乗の式の和・差の形で表した式に 5 点
- p^a , p^b の偶奇での場合分けに 4 点
- p^a が偶数，p^b が奇数のとき，$p=2$ であることを示して 4 点
- p^a が偶数，p^b が奇数のとき，$b=0,\ a=n$ であることを示して 6 点
- p^a が偶数，p^b が奇数のとき，$n=3$ 以外は不適であることを示して 5 点
- p^a が偶数，p^b が奇数のときの p, m, n の組に 4 点
- p^b が偶数，p^a が奇数のときは p, m, n の組がないことを述べて 4 点

第 4 問（50 点満点）

(1) (配点 35 点)

- 3 枚のカードの取り出し方の総数を求めて 5 点
- $X<Y$ を x, y の式に言い換えて 5 点
- 条件を満たす x, y を図示して 10 点
- 題意を満たす x, y, z の組の個数を k, n で表して 10 点
- 答えに 5 点

(2) (配点 15 点)

- 事象 A_k を $z=k$ かつ $X<Y$ と定めたとき，各 A_k が互いに排反であることを述べて 3 点
- 確率 p を上記の A_k の確率の和として表して 6 点
- 答えに 6 点

第 5 問（50 点満点）

(1) (配点 16 点)

- 点 P, Q の座標を t で表して 4 点
- 直線 OP が曲線 C の接線になる場合を考え，このときの P の y 座標を求めて 8 点
- 答えに 4 点

(2) (配点 17 点)

- T を求める定積分の式に 6 点 $\left(\int_{t-1}^{t} x dy,\ \int_{t-1}^{t} e^y dy\ \text{に各 3 点}\right)$
- T の答えに 3 点
- S を求める式に 4 点
- S の答えに 4 点

(3) (配点 17 点)

- S を t で微分して 5 点
- 上記の式を符号変化の追える式に直して 5 点
- S の増減を調べて 3 点
- 答えに 4 点