第 1 回 6 月阪大本番レベル模試　（2018 年 6 月 3 日実施）

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（30 点満点）

（1）（配点 12 点）

- $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AB}^2 \sin 60^\circ$ を記述して 4 点
- $\triangle\mathrm{OAB}$ に余弦定理を用いて，辺 AB の長さを示して 4 点
- 答えに 4 点

（2）（配点 18 点）

- S を a, b, θ で表し，最大値が求まるよう式変形できて 6 点
- S が最大値をとることのできる θ，および S の最大値を求めて 6 点
- 不等式を正しく示し，等号の成立する条件を述べて 6 点(各 3 点)

第 2 問（35 点満点）

（1）（配点 18 点）

- 直線 PQ の方程式と，点 P における接線の方程式を求めて 6 点(各 3 点)
- (ア)が成立するときの p, q の関係式を導き， PQ を $1:8$ に内分する点の y 座標を示して 6 点
- (ア)⇒(イ)，(イ)⇒(ア)をそれぞれ明確に示して 6 点(各 3 点)

（2）（配点 17 点）

- A の x 座標を求めて 3 点
- S_p の値を求めて 6 点
- S_q の値を求めて 6 点
- 答えに 2 点

第 3 問（35 点満点）

（1）（配点 5 点）

- 4 点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \mathrm{P}_4$ がこの順に平行四辺形をなす条件を述べ，証明できて 5 点

（2）（配点 12 点）

- 4 点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \mathrm{P}_4$ がこの順に長方形をなす条件を述べて 4 点
- $(z_2 - z_1)(z_4 - z_1) = 1$ を満たす $z_2 - z_1,\ z_4 - z_1$ の組を求めて 4 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 18 点）

- 4 点 P_1 , P_2 , P_3 , P_4 がこの順にひし形をなす条件を述べ，座標の条件に直して 6 点
- $z_2 + z_4 = 2z_1$ のときの場合の数を求めて 3 点
- $z_2 = z_4$ のときの場合の数を求めて 6 点
- 答えに 3 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

（1）（配点 25 点）

- C の接線の方程式を求めて 5 点
- 数列 $\{l_n\}$ が等比数列であることを証明できて 10 点
- t_1 または l_1 の値を求めて 5 点
- 数列 $\{l_n\}$ の一般項を求めて 5 点

（2）（配点 25 点）

- 数列 $\{t_n\}$, $\{s_n\}$ の一般項をそれぞれ求めて 10 点(各 5 点)
- $S_N = \sum_{n=1}^{N} s_n$ とおいたとき， $\lim_{N\to\infty} S_N$ を求められる形にまとめて 10 点
- 答えに 5 点

第 2 問（50 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 題意の直角三角形を ABC のように設定し，内接円と辺 BC，CA，AB との接点を D，E，F のように表したとき $\mathrm{CD}=\mathrm{CE}=r$ であることを述べて 4 点
- 上記の定義のもと $\mathrm{AE}=\mathrm{AF}$, $\mathrm{BD}=\mathrm{BF}$ を述べて 4 点
- 証明できて 4 点

（2）（配点 12 点）

- 三平方の定理 $x^2+y^2=z^2$ に(1)を用いて z を消去する方針に 6 点
- 上記の式から結論まで証明できて 6 点

（3）（配点 26 点）

- $r=p$ として，(2)の式を $(x-2p)(y-2p)=2p^2$ と変形して 8 点
- x と y の大小関係を設定して 3 点
- p で場合分けをして 4 点
- $p \geqq 3$ のときの x, y, z の組をすべて求めて 3 点(各 1 点)(上記の x と y の大小関係を設定していない場合は x と y の入れ替えを 1 組と見て各 2 点ずつ配点)
- 斜辺がすべて異なることの確認に 2 点
- $p=2$ のときの解をすべて求め，結論に 6 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）

- $\mathrm{MI} /\!/ \mathrm{OG}$ となる点 I を考えて 5 点
- 考え方と答えに 10 点

（2）（配点 19 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|=1$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\dfrac{1}{2}$ を述べて 4 点

- M，G の位置ベクトルを立式して 4 点
- P の位置ベクトルを t, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で表せて 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OP'}}$, $\overrightarrow{\mathrm{MP'}}$ がそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表せて 6 点(各 3 点)
- 答えに 3 点

(3)（配点 16 点）

- $L \geqq \mathrm{MP'}$ を示して(等号成立条件まで述べて) 8 点
- 途中の計算と答えに 8 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 16 点）

- p_1 を求める考え方と答えに 8 点
- q_1 を求める考え方と答えに 8 点

(2)（配点 34 点）

- 1 回の操作のあとの状態を正しく場合分けできて 9 点
- 場合分けをしたそれぞれについて，2 回目の操作のあと起こる確率をそれぞれ求めて 18 点(各 6 点)
- 答えに 7 点

第 5 問（50 点満点）

(1)（配点 20 点）

- $f'(x)$ を求め，$\tan x$ を用いた式に整理できて 12 点
- 最大値を与える x の値がただ一つとなることの説明に 4 点
- α について証明できて 4 点

(2)（配点 30 点）

- $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$ を用いて 4 点
- $\alpha^{-k} f(\alpha)$ を $\dfrac{\sin^m \alpha}{\alpha^m}$ を含んだ式で表して 4 点
- $n \to \infty$ のとき $\alpha \to +0$ であることを述べて 4 点
- $\cos^n \alpha = \left(1+\dfrac{m}{n}\right)^{-\frac{n}{2}}$ と変形できて 10 点
- 途中の計算と答えに 8 点