第 2 回 11 月阪大本番レベル模試　(2019 年 11 月 17 日実施)

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】(100 点満点)

第 1 問（35 点満点）

(1)（配点 15 点）

- p_1 を求めて（答えに）5 点
- 1 回の操作の後，7 番目の皿に白球があり，7 番目の皿が白球→赤球になる確率を求めて 5 点
- p_2 を求めて（答えに）5 点

(2)（配点 10 点）

- n 回の操作と $n+1$ 回の操作の状態を説明して 4 点
- 説明と漸化式の立式に 6 点

(3)（配点 10 点）

- (2)で求めた式を $p_{n+1}-\frac{2}{7}=-\frac{1}{6}\left(p_n-\frac{2}{7}\right)$ のように等比型に変形を行って 4 点
- 答えに 6 点

第 2 問（30 点満点）

(1)（配点 11 点）

- l 上の点 H をパラメータ表示して 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{BH}}\cdot\vec{l}=0$ から，上記で定めたパラメータと p の関係式を導いて 6 点
- 答えに 2 点

(2)（配点 9 点）

- 球の半径が $|q|$ になることを述べ， p, q の関係式を示して 4 点
- 軌跡を表す式を求めて（答えに）3 点
- 図示して（答えに）2 点

(3)（配点 10 点）

- 条件の説明，および p, q の条件式 $q=|p|,\ q=\frac{(p+1)^2+2}{4}$ を示して 6 点
- 考え方と答えに 4 点

第 3 問（35 点満点）

(1)（配点 10 点）

- S を絶対値記号のない定積分の式で表して 4 点
- 途中の計算と答えに 6 点

(2)（配点 6 点）

- S を絶対値記号のない定積分の式で表して 3 点
- 途中の計算と答えに 3 点

(3)（配点 19 点）

- $\dfrac{S}{a^3}$ を a, b で表したとき，$t=\dfrac{b}{a}$ のようにおくことができて 3 点
- $\dfrac{S}{a^3}$ を上記の t の範囲で場合分けし，t の関数で表して 8 点
- $\dfrac{S}{a^3}$ を t の関数とみて微分し，増減を示して 6 点
- 答えに 2 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1)（配点 14 点）

- 点 P で共通接線をもつ条件式 $e^{at}=\sqrt{bt}$, $ae^{at}=\dfrac{\sqrt{b}}{2\sqrt{t}}$ を示して 8 点
- 答えに 6 点（各 3 点）

(2)（配点 14 点）

- 点 Q の座標を求めて（答えに）4 点
- C_1 上の点 P における法線を求めて 5 点
- 点 R の座標を求めて（答えに）5 点

(3)（配点 22 点）

- PQ^2, PR^2 を求め，$S=\dfrac{1}{2}\mathrm{PQ}\cdot\mathrm{PR}$ として S（または S^2 ）を t のみで表して 8 点
- 最小値を与える t の値を求めて 10 点
- 答えに 4 点

第 2 問（50 点満点）

(1)（配点 23 点）

- z を極形式で表し，z^2-1 を θ を用いて表して 11 点
- $t=-\dfrac{1}{2}$ と求め，t が θ によらない数であることを示して 6 点
- 答えに 6 点

(2)（配点 27 点）

- $w=x+yi$ とおいて，x, y の関係式を導いて 12 点
- y の変域を求めて 12 点
- 正しく図示して 3 点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 10 点）

- 奇数を文字でおくなどして，結果とその正しい説明に 10 点

(2)（配点 40 点）

- $2p^n+1=N^2$ (N は自然数) のようにおいたとき，N が奇数であることを述べて 8 点
- (1)を利用し，$N^2=8k+1$ (k は整数) とおけることを述べて 4 点
- $p=2$ となることを示して 4 点
- 上記の N に対し，$2^{n+1}=(N+1)(N-1)$ と式変形を行って 7 点
- $N+1=2^a$, $N-1=2^b$ (a, b は整数)，$a+b=n+1$，$a>b\geqq 0$ のようにおけて 6 点
- 上記の a, b に対して，$a=2, b=1$ と求め，正しく証明できて 7 点
- 答えに 4 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 15 点）

- 1 回の操作で $X=0, 2, 4$ となる状況をそれぞれ説明して 6 点（各 2 点）
- 答えに 9 点（各 3 点）

(2)（配点 21 点）

- 1 回の操作における，$X=0$ から $X=0$, $X=2$ へのそれぞれの遷移確率を求めて 6 点
- 1 回の操作における，$X=4$ から $X=2$, $X=4$ へのそれぞれの遷移確率を求めて 6 点
- 1 回の操作における，$X=2$ から $X=0$, $X=2$, $X=4$ へのそれぞれの遷移確率を求めて 3 点
- 考え方と答えに 6 点

(3)（配点 14 点）

- $a_n+b_n+c_n=1$ であり，$a_n=c_n$ となることを述べて 6 点
- $\{b_n\}$ の一般項を求めて 6 点
- 答えに 2 点

第 5 問（50 点満点）

(1)（配点 8 点）

- A_1 と z 軸の共有点の座標を求めて（答えに）6 点
- k の値の範囲を求めて（答えに）2 点

(2)（配点 31 点）

- $\pi_0: z=k$ と A_1 の共通部分が $z=k$, $y \leqq \sqrt{3}$, $x^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=4-k^2$ で与えられることを 10 点
- k の値によって正しく場合分けを行って 3 点
- それぞれの場合において，面積を正しく求めて 16 点（各 8 点）
- 答えに 2 点

(3)（配点 11 点）

- V を求める定積分の式を正しく立てて，置換積分を行って 6 点
- 答えに 5 点